宇宙物理学

高原文郎 著

朝倉書店

まえがき

本書は学部上級から大学院修士課程の学生のための宇宙物理学の教科書である．このレベルの教科書の通例として，他分野の研究者が宇宙物理学の概観を得るのに役立つことも期待している．近年，天文学における著しい観測的進展があり，また物理学のなかで宇宙物理学の重要性が強く認識されてきたこともあって，宇宙物理学に関心を持ち，これを学ぼうとする学生や研究者の数は飛躍的に増大している．各大学でも宇宙物理学と銘打った講義科目ができている．しかし，力学，電磁気学，量子力学，統計力学，物理数学などを一通り学んだ学生のための，日本語で書かれた宇宙物理学の適当な教科書が少ないこともあって，学生も講義を担当する教師も苦労が多いのが現状である．このレベルの教科書としては，20年近く前に佐藤文隆，原哲也両氏により朝倉書店から出版された『宇宙物理学』があったが，これも現在絶版となってしまっている．このような事情もあって，何年か講義を担当した立場で教科書を書いてみようと思ったのが本書出版の動機である．

物理学の他の科目に比べた宇宙物理学の特徴としてまずあげられることは，基礎となる物理がかなり広範であることであろう．量子力学や統計熱力学などの基礎科目を個別に理解しているだけでは不十分で，これらを総合的に応用していくことが必要となる．これに加え，流体力学，原子核物理学，原子物理学などの初歩的知識も必要となる．こういうと，宇宙物理学はとてつもなく難しい科目と思われるかもしれないが，それは誤解である．宇宙物理学を一通り理解するために必要な事項はかなり基礎的な一般的事項が主となっているのである．もともと自然は一つなのであり，物理学の各分野は互いに切り離された独立なものではなく，相互に深い関連をもっているのである．宇宙物理学を学ぶことによって，このような自然認識と物理学の在り方を学び，考えることも意味のあることであろう．

宇宙物理学のもう一つの特徴はその範囲の広さであろう．その対象，観測手段，基礎となる物理過程があまりにも広いために，どうしても宇宙物理学の学習は片寄りがちになる．たまたま在籍した大学の教師が専門としている狭い分野だけは

学習できるが，そのほかの分野については無知に近いということでは，学問の将来がないというものであろう．その意味で，よい教科書を何冊か自学自習することの意味は，他の科目に比べても大きいものがある．宇宙物理学の標準的構成としては，宇宙の3つの基本的階層である星，銀河，宇宙についてそれぞれの力学，構造，進化を論じることを骨組みとして，これに高密度星，活動銀河や星間物質の物理を加えるのが理想であろう．しかし，これら全部を過不足なく記述することは，途方もない分量となる．そこで，本書は星，銀河，高密度星について述べることにした．宇宙論については良い教科書もいくつか出版されているので本書からは省くことにした．著者の専門分野である活動銀河などの高エネルギー現象については適切な教科書がないので，できれば含ませたかったが，やや専門的にもなるので，将来の機会に待つこととした．

本書を書き始めてからすでに3年以上を経過し，思いのほか時間を要してしまったが，類似の教科書が存在しない現状のもとで，本書が宇宙物理学の学習に役だつことを期待している．説明や記述は簡潔を心がけた．また題材も重要なものはできるだけ広くとりあげたが，パルサー電磁気学や密度波理論などいくつかの項目はやや詳しく説明した．

上に述べたような宇宙物理学の性格からしても，教科書としての宇宙物理学の記述の仕方にはいろいろのスタイルと重点のおき方があると思う．今後，特徴ある宇宙物理学の教科書が何冊も出版され，学習者の便宜が改善されることを期待したい．なお，内容の正確さには十分注意を払ったつもりではあるが，もし著者の思わぬ誤解による誤った記述に気付かれた際には，ご注意いただければ幸いである．最後になるが，朝倉書店編集部には，この数年間遅筆の著者を叱咤激励していただいた．この寛容と督励がなければ本書は未完成のままであったであろう．深く感謝する次第である．

1999年5月

高 原 文 郎

目　　　次

1. 序　　論

1.1 宇宙物理学とは

宇宙物理学は，字義通りに宇宙を物理学の立場から研究する学問である．したがって，宇宙物理学の対象は広く，われわれに最も近い恒星である太陽から宇宙全体までにわたっている．また，扱う現象も素粒子，原子核，原子分子のミクロな素過程からプラズマ，流体，相対論というマクロな物理まで非常に広範囲にわたっている．まず，宇宙物理学がどのような学問であるのかという感じをつかむために，宇宙物理学の歴史をごく簡単に振り返りながら，その特徴や性格を考えてみよう．

夜空に観測される無数の星や星雲の存在は早くから知られていたが，星雲の多くが，天の川の星々からなる我々の銀河の外部にある，我々の銀河系と同様な星の集団であることが確立したのは 20 世紀になってからである．その後の天文学の発展は急速であり，星や銀河についての知識が急増した．それとともに，天文学的知識を物理学によって理解しようとする研究が起こってきた．宇宙物理学の誕生である．

もちろん，天体現象が地上の物理学の法則と同一の法則に従うということは Newton 力学の誕生以来認識されてきたところである．また，恒星スペクトルと分光学との関係は以前から深い関係にあった．しかしながら，宇宙物理学の誕生は，1930 年代終わりに原子核物理学にもとづいて，星のエネルギー源が原子核反応によるということが確立した時点にとるのが最も適切だと考えられる．これを契機に星の進化と元素の起源という学問分野ができたのである．観測される星のスペクトルを理解し，星をその諸性質によって分類するだけではなく，直接的には観測されない星の内部構造やエネルギー源を解明したことにより宇宙物理学が誕生

したのである．ここには宇宙物理学の2つの特徴が現れている．第1は星の内部など直接的には観測されないことであっても，地上の実験室で確認された物理学の法則を適用して，宇宙の諸現象を研究していくということである．第2の特徴は大胆に物理学の法則を適用して，宇宙の成り立ちを理解しようとすることである．長期間の原子核反応による星の構造の変化を予言するとともに，宇宙に存在するさまざまの元素がどのようにして生成されてきたのかを理解しようとしたのである．この立場は，生物学において種が神の与えたものではなく，淘汰の中で発展してきたという Darwin の進化論になぞらえられるものであり,「星の進化」や「元素の起源」という名称はその特徴をよく表しているといえよう．

宇宙物理学の次の発展の契機となったのは1960年代である．この時代は天文学と宇宙物理学の歴史の上で欠かすことのできない大発見の10年であった．それまでの宇宙の描像は静かに光輝く星と銀河からなる宇宙というものであった．1960年代にはいって，クェーサーとよばれる宇宙論的な距離にあって，激しい活動性を示す天体が発見された．クェーサーはそれまでにしられていた比較的近傍にある電波銀河や Seyfert 銀河とともに，銀河の中心核に莫大なエネルギー源が存在していることを明らかにした．1965年には宇宙を一様に満たすマイクロ波の背景輻射が発見され，宇宙膨張の初期が高温高密度の状態から始まったというビッグバン理論の直接的証拠を提出した．さらに，1967年には電波で周期的なパルスを放出する天体，パルサーが発見され，その正体が30年以上も前に存在を予言されていた超高密度の天体である中性子星であることが確立した．

1960年代は観測手段の面でも大きな発展があった時代である．伝統的な可視光による天文学にたいし，電波天文学は天文学のなかですでに確立した地位を占めており，21cm 線をつかった星間物質や銀河構造の研究で大きな成果を上げていたが，電波銀河をつかった宇宙論の研究やパルサーの発見で1960年代の発見の時代の重要な部分を担った．この時代に新たに始まったものは X 線天文学と赤外線天文学である．X 線は地球大気を透過できないので，大気圏外での観測を必要とする．気球，ロケットに始まり，ついには人工衛星での観測が行われるようになったのである．X 線天文学は中性子星を含む連星系が X 線で明るく輝くことを発見した．さらに，X 線星のいくつかは質量が中性子星にしては大きすぎ，これが一般相対論の予言するブラックホールであるということを強く示唆した．赤外線天文学は赤外線検出器の開発とともに発展した．その展開は1970年代までは比較

的ゆっくりとしたものであったが，1980 年代以降には人工衛星による観測も始まり大きな発展をとげ，星間物質や原始星，系外銀河の研究に大きな寄与をなしている．

宇宙膨張そのものは，すでに 1930 年頃には観測的にも理論的にも知られており，1940 年代終わりにはビッグバン宇宙論も提案されていたが，多くの研究者の興味を引くには至っていなかったのが現実であった．これは研究の対象となる具体的な観測が乏しかったことによっているのであろう．宇宙背景輻射の発見により，宇宙論は宇宙物理学の中心的な存在となっていったのである．また，クェーサーやパルサー，X 線星の発見により，中性子星やブラックホールといった一般相対論的な天体の観測が豊富になったことで，相対論的宇宙物理という新たな宇宙物理学の分野が形成された．そして，それまで物理学の中でもマイナーなものであった一般相対論に再び大きな脚光を浴びさせることになったのである．そして，これらの相対論的天体での動的な高エネルギー現象は多くの研究者の興味を引きつけ，X 線天文学を中心にして高エネルギー宇宙物理学とも呼ぶべき分野が発展を始めた．このように，宇宙物理学は単に物理学の理論の宇宙への応用というだけで発展しているのではない．天文学的観測による予期しなかった発見によって大きく進展していくのである．これが宇宙物理学の第 3 の特徴といえるだろう．

1970 年代以降の発展は，観測，理論両面にわたって莫大なものがある．観測面では電波からガンマ線に至る全領域で大型観測装置と高性能の検出器の開発・実用化がすすみ，膨大な観測データが蓄積されてきている．惑星系の誕生から銀河の形成と宇宙の進化まで，多様な観測手段での実証的研究が進められている．さらに電磁波以外の観測手段としてニュートリノ天文学がすでにはじまり，重力波天文学も始まろうとしている．さらに，宇宙から飛来する高エネルギー宇宙線の研究の歴史は長く，素粒子物理にも歴史的に重要な役割を果たしてきたが，今日では高エネルギー粒子の加速は天体の活動現象を理解する上で不可欠の重要な過程とみなされており，宇宙線物理学は高エネルギー宇宙物理学の不可欠の構成分野となってきた．

理論面でも，恒星の進化と元素の起源，宇宙の構造と進化，ブラックホールや中性子星にかかわる相対論的宇宙物理学の基本概念が確立し，大型コンピュータによるシミュレーション研究もあって，定量的な研究が進んでいる．また，1980

年頃からは特に素粒子物理学と密接に関係した分野が形成されてきた．素粒子相互作用のゲージ理論に基づく統一理論が確立すると，宇宙初期に真空の相転移によるインフレーション的膨張の時代があったことが予言され素粒子的宇宙論の研究が進んだ．それとともに，宇宙の暗黒物質の正体の問題を未知の素粒子で説明する試み，太陽ニュートリノ問題をニュートリノ振動で説明する試みなどが行われ，素粒子物理学の実験場としての宇宙が脚光を浴びている．このように宇宙物理学の第 4 の特徴として，地上では検証の困難な物理法則を宇宙を実験室として利用して研究するということがあげられよう．

今後の宇宙物理学の進展を予測することは難しい．多種多様な観測手段による天文学的知識の拡大はこれからも進むであろう．基礎物理学のさまざまの分野との関連もますます密接になるであろう．その結果，宇宙物理学がますます発展していくことは疑いがないであろう．

以下では，序章の残りで，宇宙物理学の対象となる天体の観測事実をごく簡単に眺めた後，第 1 章と第 2 章で星の構造と進化，第 3 章で中性子星，第 4 章で銀河について述べる．宇宙物理学の内容は一冊の教科書で取り上げるには，あまりに豊富になりすぎているので，時間や紙数の関係もあり，宇宙論と高エネルギー宇宙物理学については本書では省略せざるを得なかった．

1.2 基本的な観測事実

a） 恒　星

恒星は宇宙における物質の存在形態のうち最も基本的なものである．我々の銀河を構成する通常の物質，すなわち核子と電子のおよそ 90% は恒星として存在している．恒星は自己重力と圧力勾配が釣り合った力学平衡状態にあって，エネルギーを放出しながらゆっくりと進化していく．さまざまの恒星は光度と表面温度とで分類される．横軸に表面温度，縦軸に光度をとって恒星の占める位置をプロットした図を Hertzsprung-Russel 図（H-R 図）と呼ぶ（3 章図 3.5 参照）．恒星は H-R 図の上でランダムに分布するのではなく，ある特定の位置を占める．主系列星と呼ばれる星は H-R 図の上で高温高光度の位置から低温低光度に伸びる一つの曲線の上に分布する．低温高光度の星は半径が大きいので巨星と呼ばれるが，これも特定の曲線上に分布する．そのほか，水平分枝，白色矮星などがある．な

ぜ，恒星がこのような特定の位置にしか分布しないかという疑問が起こるが，これに答えを与えるのが恒星の構造と進化の理論である．恒星のエネルギー源は熱核融合反応であるが，この反応の性質によって星の構造とH-R図における位置が決定されるのである．

恒星からの光は星の表面から放出されるので，その内部を直接的に探ることは不可能であると考えられるかもしれない．しかし，近年，太陽にたいして直接内部を探索する観測が行われ，注目を集めている．一つは太陽中心部の核反応の結果放出されるニュートリノの観測である．観測の結果は理論的予言値の約半分のニュートリノしか検出されていないというものである．太陽の内部構造の理論に何か不備があるのか，それともニュートリノという素粒子に何か未知の性質が備わっているのか，いずれにしてもわれわれの自然認識の根底にかかわる大問題であり，この問題は太陽ニュートリノ問題と呼ばれている．もう一つは，太陽がさまざまのモードで振動しているという観測事実である．この振動は，乱雑な変動ではなく，太陽全体が位相を保って振動しているのである．この振動のモード解析から，太陽内部の温度や密度あるいは回転角速度などの分布がえられる．得られた密度や温度の分布は標準的な星の理論の与えるものとよく一致している．このことから，太陽ニュートリノ問題はニュートリノの性質の問題である可能性が高くなっており，素粒子物理学の最先端の課題となっている．

恒星の半分以上は連星系をなして存在している．連星は星の質量の測定を行う上で特に重要である．Keplerの法則により，星の質量を m_1，m_2，周期を P，重心の周りの軌道長半径を a_1，a_2 とすると

$$P=2\pi(a_1+a_2)^{3/2}(G(m_1+m_2))^{-1/2} \qquad (1)$$

という関係がある．また，

$$\frac{a_1}{a_2}=\frac{m_2}{m_1} \qquad (2)$$

である．a_1 と a_2 が両方観測されれば，もちろん m_1 と m_2 が決定される．a_1 のみの観測でも，

$$\frac{{m_2}^3}{(m_1+m_2)^2}=\frac{4\pi^2{a_1}^3}{GP^2} \qquad (3)$$

の関係が得られる．a_i の観測が可能なのは太陽近傍の星に限られるが，a_i が直接測定できない場合でもDoppler効果によるスペクトル線の周期 P での変動は観

測される．これから公転速度を視線方向に投影した成分の時間変化が得られる．軌道傾斜角，すなわち軌道面の法線と視線とのなす角を i とすると，この解析から，軌道の離心率および天球上に投影された軌道の長半径 $a_1\sin i$ が求められるが，a_1 そのものは求められない．したがって，この場合観測的に得られる量は，質量関数

$$f(m_1, m_2) \equiv \frac{{m_2}^3 \sin^3 i}{(m_1+m_2)^2} \tag{4}$$

のみである．多くの場合，他の観測事実と天文学的知識を援用して，質量のとりえる範囲に制限をつけることになる．

b) 星　団

銀河系の恒星の大部分は銀河面内にランダムに分布するが，数十個から百万個程度の星の集団も存在している．星団はほぼ同時に形成された星の集団と考えられるので，銀河系の歴史を探る上で重要なものである．銀河円盤を取り囲む銀河ハローの領域には，百数十個の球状星団が存在している．球状星団は百万個程度の星からなる星団で，そのH-R図は高温の主系列星を欠いていることが特徴である．また星の重元素量は非常に少ない．主系列星のうち最大光度をもつ星の年齢が星団の年齢となる．推定された年齢は120～170億年程度である．宇宙膨張の観測から決めた宇宙の年齢もこれと同程度であり，球状星団は銀河系の形成時に作られたと考えられている．球状星団の年齢と宇宙の年齢との間に矛盾があるかどうかは現在盛んに議論されている話題である．もし，ここに矛盾があれば，大きな成功をおさめている標準的な宇宙論あるいは星の進化の理論のどこかにまだ問題があることを意味するからである．

銀河円盤部には銀河星団とよばれる，百個程度の星からなる星団が多数存在している．主系列の星がどこまで存在しているかは，星団によって異なる．すなわち，高温の星を含む若い星団から，かなり古い星団までさまざまのものがある．重元素量は一般に比較的太陽のものに近い．

c) 銀　河

我々の銀河は渦巻構造をもった平坦な銀河であり，回転によって支えられている．動径座標の関数として回転速度を表わしたものを回転曲線という．回転曲線

の観測から銀河の質量が求められる．系外銀河のうち渦巻き銀河はガスを多く含むので，水素原子の21cm線放射などによって，回転曲線が測定される．ガスの分布は星の分布よりも拡がっており，かなり外側までの質量分布が推定される．もし，銀河の質量の大部分が星によるものだとすると，星の分布がほとんどない外側の領域では回転曲線は $r^{-1/2}$ で落ちることが予想される．しかし観測事実としては回転曲線は外側にいっても一定のままである．これは質量が半径に比例して増加していることを意味している．円盤部以外に球状に分布する星やガスの存在もしられているが，それらの質量は円盤の質量に比べ，たかだか数%にすぎない．したがって，質量の担い手は星やガスではなく，電磁波を放出せず重力のみでその存在がわかる未知の物質であり，暗黒物質と呼ばれている．暗黒物質の正体はまだわかっていないが，未知の素粒子である可能性が大きいと信じられている．

系外銀河はその形状によって，渦巻銀河，楕円銀河，棒状銀河，不規則銀河などに分類される．いわゆるHubble系列である（5章図5.1参照）．楕円銀河は見かけの形状が楕円状であり，内部構造がほとんどなく，スムーズな星の分布を示す．ガスはX線を放射するような高温ガスを含むが，低温ガスはほとんど含まない．これは現在では星の形成が行われていないことを意味する．星の色やスペクトルからも楕円銀河が古い世代の星からなる集団であることがわかる．楕円銀河の真の形は，回転楕円体または3軸不等な楕円体であるが，星のスペクトルから求められる回転曲線からはその形を回転と等方速度分散で説明できない場合が多く，非等方速度分散の存在が示唆されている．これは力学の問題として自明でない運動の積分の存在を意味するので，大きな興味を集めている．渦巻銀河はガスを多く含み（星の10%程度），顕著な内部構造を示す．現在でも星の生成が起こっており，超新星の爆発やそれにともなう星間物質や宇宙線の問題が話題となる．ガスには磁場が付随しており，その起源は古くからの未解決の問題となっている．

d)　星間物質

銀河内の星間物質の物理も，宇宙物理学の重要な部分を構成している．星間ガスの状態は著しく多様である．以前には中性水素原子からなる温度が100K程度，質量 $100\,M_\odot$ 程度の星間雲が，10^4K程度の電離水素ガス中に多数存在しているという描像が描かれていた．また，星間ガス中にはダストとよばれる大きさ $1\,\mu m$ 程

度の固体微粒子が存在しており，重元素の半分程度は気体ではなく固体として存在していることも知られていた．これらに加え，近年の観測により，温度が 10 K 程度，質量 $10^5 M_\odot$ 程度の水素分子を主成分とする分子雲が多数存在し，そこで恒星の生成が起こっていることが明らかになってきた．それとともに，形成過程にある原始星の研究が大きく進んでいる．さらに，近傍の星の惑星の観測も行われるようになり，太陽系の起源の問題も実証的な議論ができるようになってきている．また，星間空間には温度が百万度を超えるような高温ガスも存在しており，このガスは銀河系の体積の 9 割を占めていることもわかってきた．これらの星間ガスを貫いて，約 3μG の大きさの磁場も存在している．また，高エネルギーの宇宙線もエネルギー密度として磁場と同程度存在している．上で見たような高温ガスの加熱や，星間雲の乱流運動のエネルギー源としては最終的には超新星爆発による衝撃波がその大部分を担っていると考えられている．衝撃波は星間ガスに運動エネルギーを供給するとともに，宇宙線を有効に加速することが知られている．

e)　宇　宙

光で見える物質は銀河に集中している．銀河の視線方向の速度と銀河までの距離との間に比例関係があることが Hubble によって 1920 年代に発見された．これがいわゆる宇宙膨張である．銀河は互いに遠ざかっているのである．その比例係数を Hubble 定数というが，距離の評価は困難を極め，現在でもその値には因子 2 程度の不定性がある．Hubble 定数の逆数はほぼ宇宙の年齢を与える．膨張宇宙論は一般相対論によって基礎づけられており，その解は Friedmann によって Hubble の発見と同時期に与えられている．銀河の分布はほぼ一様等方であるが，小さなスケールでは互いの重力によって集団をなす傾向がある．そのため，銀河は数個から数千個の集団をなすことが多い．小さな集団を銀河群，大きな集団を銀河団と呼ぶ．銀河団は宇宙のなかで最大の自己重力系である．銀河団より大きなスケールでも，銀河の分布には非一様性がある．これらを超銀河団と呼ぶ．逆に銀河がほとんど分布していないような大きな空洞領域も存在している．これらの構造を大規模構造と呼ぶが，大規模構造は一様な宇宙膨張からのずれであって，自己重力系をなしているわけではない．視線方向の後退速度はスペクトル線の赤方偏移で測定されるが，現在のところ，赤方偏移が 5 程度のところまでの銀河の観測が報告されている．赤方偏移の大きな銀河はそれだけ昔の姿を見せていること

になり，銀河の進化を直接観測していることになる．このような研究は1990年代に入って飛躍的に発展している．

宇宙論的な観測としては，宇宙黒体輻射の観測が重要である．宇宙を一様に満たす温度2.73Kの黒体輻射は1965年に発見され，宇宙膨張は高温高密度の状態から始まったとするビッグバン宇宙論の最大の証拠となっている．銀河，銀河団，大規模構造という現在の宇宙の構造は宇宙初期に存在した微小な密度ゆらぎが成長してできたと考えられるが，そのような密度ゆらぎは宇宙黒体放射にも微小振幅の非等方性を生み出す．1990年代になって，このような非等方性の観測が進み，密度ゆらぎの性質や宇宙パラメータの決定に大きな情報を与えている．

f) 元素組成

宇宙を構成する物質のうち，核子成分についてはその元素組成比が重要である．太陽表面の元素組成比と太陽系形成時の情報を維持する隕石から得られる組成比をもとにいわゆる宇宙組成が求められている．宇宙といっても基本的に太陽系のものであるが，銀河系の他の恒星や星間ガスの組成とも基本的には一致している．それによると，宇宙の核子物質の大部分は水素であり，重量比で70%を占める．つぎにヘリウムが28%を占める．残りの2%が炭素以上の重い元素で，宇宙物理学の分野ではこれらを重元素と総称する．重元素中では酸素，炭素，マグネシウムなどのα元素と鉄が多い．鉄よりも重い元素も存在している．これらの元素がどこでどのようにして生まれたのかを調べるのが元素の起源の問題である．重元素は星の内部の原子核反応で生成され，質量放出や超新星爆発で外部に放出されたとして説明できる．ヘリウムの存在量は星の内部で合成されたものでは大幅に不足し，大部分が宇宙初期に合成されたものしてよく説明できる．宇宙初期の元素合成ではヘリウムのほかに少量の重水素やリチウムも合成されるがこれらも観測される量とほぼ一致している．これらの軽元素の存在比もビッグバン宇宙論を支持する大きな証拠となっている．

g) 年代学

さまざまな天体や宇宙の年齢も宇宙物理学の大きな課題の一つである．年齢の決定方法のうち最も直接的なものは放射性同位体を使うものである．太陽系の年齢は隕石中のウランの同位体を使って求められる．ウランの同位体には^{238}Uと

^{235}Uがあるが，前者は平均寿命 $T_{238}=6.45$ Gyr（64.5億年）で崩壊し，最終的に ^{206}Pbとなる．後者は平均寿命 $T_{235}=1.015$ Gyr で最終的に ^{207}Pb になる．隕石ができたときの量を添字 0 をつけて表わす．年齢を t とすると

$$^{206}\mathrm{Pb}={}^{206}\mathrm{Pb}_0+{}^{238}\mathrm{U}_0(1-e^{-t/T_{238}}) \tag{5}$$

$$^{238}\mathrm{U}={}^{238}\mathrm{U}_0 e^{-t/T_{238}} \tag{6}$$

^{235}U と ^{207}Pb についても同様な式が成立する．これらの式から

$$\frac{^{207}\mathrm{Pb}-{}^{207}\mathrm{Pb}_0}{^{206}\mathrm{Pb}-{}^{206}\mathrm{Pb}_0}=\frac{^{235}\mathrm{U}}{^{238}\mathrm{U}}\frac{e^{t/T_{235}}-1}{e^{t/T_{238}}-1} \tag{7}$$

をえる．左辺の鉛の存在量はもう一つの同位体 ^{204}Pb との比をとって表わすと便利である．^{204}Pb は放射性崩壊では生成されないので，時間的に一定であるからである．隕石の生成時に取り込まれるウランや鉛の量は隕石ごとに異なっていても化学的ふるまいはほとんど同じなので同位体比は全ての隕石で共通であると考えられる．実際，ウランの同位体については隕石や岩石共通に ^{235}U/^{238}U=137.8 となっている．これにたいし，鉛の同位体比は生成時のウランと鉛の比の違いを反映してサンプルごとに異なるが，^{207}Pb$_0$/^{204}Pb と ^{206}Pb$_0$/^{204}Pb は共通のはずである．したがって，^{206}Pb/^{204}Pb にたいして ^{207}Pb/^{204}Pb をプロットすれば年齢の同じ隕石は一つの直線の上に乗るはずである．そしてその傾きから年齢が求められる．図

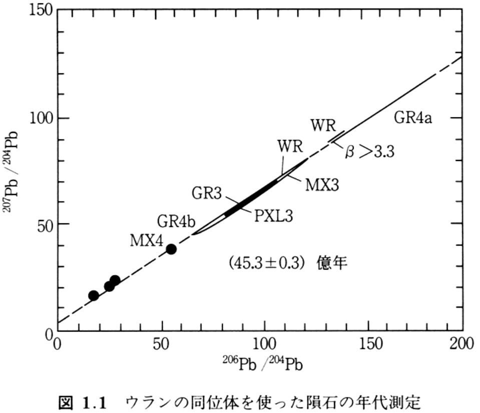


図 1.1　ウランの同位体を使った隕石の年代測定
さまざまの隕石の鉛の同位体存在比は一つの直線上にのり，この直線の傾きから隕石の年代が約 45.5 億年と求められる（立本たちによる）．

1.1に示すように,測定の結果は実際そうなっており,これから隕石の年齢が45.5億年と求められている.隕石の形成は太陽系の生成,また太陽の形成とほとんど同時と考えられるので,この年齢は他の宇宙物理学の問題の考察の基礎となる.

h) 高密度星

恒星は内部で核反応が進み,一核子あたりの束縛エネルギー最大の鉄が合成されるとそれ以上は核反応でエネルギーを供給できなくなる.すると,内部の圧力が減少し,重力に対抗できなくなり,重力崩壊を起こすと考えられる.しかし,多くの星では重力崩壊を起こす前に温度がゼロでも存在する量子力学的な圧力である縮退圧によって支えられるようになる.実際,白色矮星が電子の縮退圧により支えられる星であることは早くから知られていた.その他に,中性子の縮退圧により支えられる星,中性子星の存在も同時期に理論的に予言されていたが,中性子星の観測的発見は1960年代のなかば,パルサーやX線星の発見を待たねばならなかった.白色矮星にはChandrasekhar質量と呼ばれる$1.4M_{\odot}$の上限質量があり,中性子星の上限質量もおよそ$2M_{\odot}$と評価されている.これより大きな質量の星がエネルギー源を失うと,もはや安定な星としては存在できず,一点にまで重力崩壊してしまうことになる.一般相対論にしたがえば,この一点は時空の特異点となり,それを取り囲む事象の地平線が存在し,その内部は外部から観測することはできない.これをブラックホールという.ブラックホールの観測は,中性子星の上限質量よりも大きな質量をもつ高密度星を発見することで同定される.

パルサーは強磁場をもって回転している中性子星である.多くの場合,電波で検出されるが,いくつかのパルサーは可視光やX線,ガンマ線でも検出されている.そのエネルギー源は中性子星の回転エネルギーであるが,その大部分はパルサーから放出される粒子の運動エネルギーとなっている.いくつかのパルサーは近接連星系中にあり,大きな近日点移動や重力波放出による公転軌道の変化が観測されている.これらの観測は一般相対論の予言と驚くべき精度で一致しており,その最良の検証手段となっている.また,中性子星の磁場の強さは10^{12}Gを上回るものが多く,このような強磁場中での物理過程として多くの興味深い過程が現れる.

X線星は連星系中にある中性子星やブラックホールに相手の星から放出され

たガスが流れ込み，重力エネルギーの解放によって高温となり，X 線で輝いているものである．この過程を降積あるいは降着と呼ぶが，降積するガスは角運動量をもっているので円盤を作る．これを降積円盤と呼ぶ．降積円盤は X 線星以外にも活動銀河や原始星でも存在していると考えられており，現代の宇宙物理学を理解する上で必須の話題となっている．

i) 活動銀河

銀河の中心には恒星と星間ガスだけでは理解できない激しい活動性を示すものがある．数% の渦巻き銀河は Seyfert 銀河と呼ばれる活動銀河である．Seyfert 銀河は銀河全体の光度に匹敵する，大きさ 1pc 以下の明るい中心核をもち，速度幅が数千 km/s の輝線スペクトルが観測される．紫外線や X 線でも明るく輝いており，数日程度の時間変動を示す．一方，数% の楕円銀河は電波で明るく輝く電波銀河である．電波輻射の拡がりは可視光で見える銀河よりはるかに大きく，1Mpc を超えるものもある．電波輻射は可視光で見える銀河をはさんで双対状に見えることが多い．中心核と拡がった電波源を結ぶジェット構造も観測され，電波活動の原因が中心核にあることがわかる．中心核も Seyfert 銀河に似た活動性を示すものが多い．クェーサーは見かけ上銀河が付随していない恒星状の活動天体であるが，その赤方偏移が大きいため，宇宙論的な遠方にある活動銀河であるとみなされる．実際，最近の観測によってクェーサーに付随した銀河の存在が示されてきている．クェーサーは電波で明るいものと暗いものとに大別され，前者は電波銀河に，後者は Seyfert 銀河に類似した性質を示すが，その光度は近傍の活動銀河よりも 100 倍程度明るい．

活動銀河のエネルギー源は太陽の 1 億倍程度の大質量のブラックホールへのガスの降積によるものと考えられている．これは X 線星と類似の機構であるが，活動性の多様さは，電波やガンマ線で見られる特徴的な現象をはじめ，X 線星をはるかにしのいでいる．特に相対論的ジェットの形成機構や相対論的電子の加速機構の解明は高エネルギー宇宙物理学の中心的課題となっている．

j) ガンマ線バースト

これまでざっと述べた以外にも宇宙には興味深い諸現象が多々観測されている．そのなかでも最も興味深く，理解されていない現象がガンマ線バーストであ

ろう．ガンマ線バーストは数秒程度の短時間に，宇宙から強いガンマ線が到来する現象である．その天球上の分布は一様で，1 日に 1 回程度の頻度で観測されている．ごく最近までガンマ線以外では観測されていなかったので，どのような天体がガンマ線バーストを放出するのか全く不明であった．太陽近傍にある中性子星なのか宇宙論的距離で起こっている現象なのかさえ不明だったのである．1997 年になって，ガンマ線バースト直後の残光が X 線や可視光で初めて検出され，可視光でのスペクトル観測から宇宙論的距離で起こっていることが明らかになった．その結果，ガンマ線バーストの全エネルギーは 10^{52} erg 程度と超新星爆発に匹敵する，あるいはそれを上回るものであることがわかった．ガンマ線バーストの成因については，何らかの原因で中性子星程度の大きさの領域に高エントロピーの電子陽電子対の相対論的プラズマが形成された結果起こる現象であるとする火の玉モデルが有力となっているが，現在でも謎の点が多く残されている．

2. 星の構造

2.1 力学平衡

a) 基礎方程式

星はガスが自己重力によって集まり，重力的に束縛された系をなしているものである．ほとんどの場合，星は重力と圧力勾配とがつり合った力学平衡状態をとっている．ただし，星ができるときや爆発を起こすときには，星の構造は速く変化する．このようなときには，ガスに働く重力と圧力勾配とがつり合わずに，加速度が生じて運動が起こっているのである．また，星は熱核反応によってエネルギーを生成し，そのエネルギーを輻射のかたちで外部に放出している．多くの場合，エネルギー収支もつり合っていると見なせるが，長い時間でみれば，熱核反応による化学組成の変化にともない，その構造をゆっくりと変える．エネルギー収支の時間スケールは力学的な時間スケールよりもはるかに長いので，星は力学平衡を保ちながら進化することになる．すなわち，各瞬間に力学平衡状態にあるという近似が充分よく成立する．回転や磁場の影響が無視できる場合には，星は球対称の構造を取る．まず，力学平衡状態にある球対称の星がどのような構造を取りえるのかという問題を調べよう．

星の構造を支配する方程式は，質量と運動量の連続方程式，エネルギー保存の式，エネルギー輸送の式の 4 つからなるが，まず最初の 2 つから調べて行こう．質量保存の式は，定常状態では

$$\frac{dM_r}{dr}=4\pi r^2\rho \tag{1}$$

と書ける．ここで，r は動径座標，M_r は半径 r 以内にある質量，ρ は質量密度である．運動量保存の式は運動方程式にほかならないが，定常状態では力学平衡を

記述し，

$$\frac{1}{\rho}\frac{dp}{dr}=-\frac{GM_r}{r^2} \tag{2}$$

となる．ここで，G は重力定数，p は圧力である．この2つの常微分方程式を連立させて解けば，星の構造が定まることになる．ところで，未知関数は M_r，ρ，p の3つであるが，方程式の数は2つなのでこのままでは解けない．したがって，密度と圧力とを関係づける式が必要となる．

星の中のガスは熱平衡状態にあると考えられるので，圧力 p と密度 ρ とは状態方程式で関係づけられている．圧力はガス圧と輻射圧との和で書けるが，物質の状態が非縮退の理想気体であると近似すると，状態方程式は

$$p=\frac{\rho kT}{\mu m_{\rm H}}+\frac{aT^4}{3} \tag{3}$$

で与えられる．ここで，k は Boltzmann 定数，a は輻射定数，$m_{\rm H}$ は水素原子の質量，μ は平均分子量である[1]．平均分子量は，粒子1個当りの質量を $m_{\rm H}$ を単位として表わした量であり，粒子数密度を n として，

$$n=\frac{\rho}{\mu m_{\rm H}} \tag{4}$$

の関係がある．

イオン，電子の数密度をそれぞれ，$n_{\rm i}$，$n_{\rm e}$ とし，イオン，電子の平均分子量を $\mu_{\rm i}$，$\mu_{\rm e}$ とすると

$$n_{\rm i}=\frac{\rho}{\mu_{\rm i} m_{\rm H}} \tag{5}$$

$$n_{\rm e}=\frac{\rho}{\mu_{\rm e} m_{\rm H}} \tag{6}$$

であり，

$$\frac{1}{\mu}=\frac{1}{\mu_{\rm i}}+\frac{1}{\mu_{\rm e}} \tag{7}$$

となる．平均分子量の値は物質の化学組成に依存する．例として完全電離したガスを考えよう．水素のみからなるガスにたいしては，$\mu_{\rm i}=\mu_{\rm e}=1$，$\mu=0.5$ となる．ヘリウムのみからなるガスにたいしては，$\mu_{\rm i}=4$，$\mu_{\rm e}=2$，$\mu=1.33$ となる．水素，ヘリウム，炭素以上の重元素の重量比が X，Y，Z の場合には

---

1) 正確には $m_{\rm H}$ は原子質量単位（^{12}C の原子質量の12分の1）である．

$$\frac{1}{\mu_{\mathrm{I}}}=X+\frac{Y}{4}+\frac{Z}{A} \tag{8}$$

$$\frac{1}{\mu_{\mathrm{e}}}=X+\frac{Y}{2}+\frac{Z}{2} \tag{9}$$

$$\frac{1}{\mu}=2X+\frac{3Y}{4}+\frac{Z}{2} \tag{10}$$

となる．ここで A は重元素の平均質量数を表わし，平均原子番号が $A/2$ で近似されるとし，$A\gg 1$ とした．

理想気体の状態方程式には温度と平均分子量が含まれているので，更にこれらを決める方程式が必要となる．平均分子量は化学組成と電離状態とから決まる．化学組成は星ができたときの初期条件と熱核反応による変化で決まるので，星の構造を解く際には与えられたものと見なせる．星の内部では物質は電離平衡にあると見なせるので，電離状態も組成，温度と密度から決まる．したがって温度が求まれば星の構造が計算できることになるが，そのためにはエネルギーの輸送およびエネルギー保存の方程式が必要となる．これらの式は力学平衡に比べ複雑なものとなるので，後の節でとりあげることにしよう．エネルギー輸送やエネルギー保存の問題を度外視して力学平衡状態の特徴を調べるために，ポリトロープ関係式を用いることがある．これは単に，密度と圧力の間に K と N を定数パラメータとして

$$p=K\rho^{1+1/N} \tag{11}$$

の関係を仮定するものである．N はポリトロープ指数と呼ばれる．この関係式は，後にみるように圧力として縮退圧が効く場合やエネルギー輸送に対流が効く場合などには実際に実現されるが，一般には，単に便宜のために導入されたものである．それにもかかわらず，星の構造を調べる上で，たいへん有益な概念であるので，以下でより詳しく調べることにする．

b）ポリトロープ球

式（1）と式（2）とから M_r を消去すると

$$\frac{d}{dr}\left(\frac{r^2}{\rho}\frac{dp}{dr}\right)=-4\pi Gr^2\rho \tag{12}$$

をえる．状態方程式としてポリトロープ関係式を採用し，

$$\rho=\rho_{\mathrm{c}}\theta(\xi)^N \tag{13}$$

$$p = p_c \theta(\xi)^{N+1} \tag{14}$$

$$r = \alpha\xi \tag{15}$$

$$\alpha = \left(\frac{N+1}{4\pi G}\frac{p_c}{{\rho_c}^2}\right)^{1/2} \tag{16}$$

とおくと，式（12）は

$$\frac{1}{\xi^2}\frac{d}{d\xi}\left(\xi^2\frac{d\theta}{d\xi}\right) = -\theta^N \tag{17}$$

となる．これを Lane-Emden 方程式と呼び，その解を Emden 解と呼ぶ．無次元動径座標 ξ にたいして無次元変数 $\theta(\xi)$ が求まれば，問題が解けたことになる．ρ_c，p_c は中心密度と中心圧力を表わし，式（11）の K と

$$p_c = K{\rho_c}^{1+1/N} \tag{18}$$

の関係がある．

Lane-Emden 方程式は 2 階の常微分方程式なので，2 つの境界条件が必要になる．中心では密度が有限であり，圧力勾配が 0 になることから

$$\theta(0) = 1 \tag{19}$$

$$\theta'(0) = 0 \tag{20}$$

とおけばよい．一般の N については数値計算によって求めることになるが，$N=0$，$N=1$，$N=5$ については解析解が知られている．$N=0$，すなわち一様密度のガス球の場合には

$$\theta_0(\xi) = 1 - \frac{1}{6}\xi^2 \tag{21}$$

$N=1$，$N=5$ にたいしては，それぞれ

$$\theta_1(\xi) = \frac{\sin\xi}{\xi} \tag{22}$$

$$\theta_5(\xi) = \frac{1}{[1+(\xi^2/3)]^{1/2}} \tag{23}$$

である．

密度は正でなければならないので，Emden 解は $\xi=0$ から，最初に $\theta(\xi_N)=0$ となる点 ξ_N の間で物理的な意味をもつ．ξ_N は星の表面に対応する．星の半径 R は

$$R = \alpha\xi_N = \left[\frac{N+1}{4\pi G}\frac{p_c}{{\rho_c}^2}\right]^{1/2}\xi_N \tag{24}$$

星の質量は

$$M=\int_0^R 4\pi\rho r^2 dr=4\pi\alpha^3\rho_c\int_0^{\xi_N} d\xi\xi^2\theta^N=-4\pi\alpha^3\rho_c\left[\xi^2\frac{d\theta}{d\xi}\right]_{\xi=\xi_N} \tag{25}$$

となる.

$$\varphi_N=-(N+1)^{3/2}\left[\xi^2\frac{d\theta}{d\xi}\right]_{\xi=\xi_N} \tag{26}$$

と定義して，式（16）を使うと

$$M=\left[\frac{1}{4\pi G^3}\frac{p_c{}^3}{\rho_c{}^4}\right]^{1/2}\varphi_N \tag{27}$$

をえる．式（24）と（27）は星の半径と質量の中心密度と中心圧力にたいする依存性が N によらないこと，N にたいする依存性は数係数にのみ現れることを示している．これらから平均密度 $\bar{\rho}$ も計算できる．φ_N は $N\leq 5$ にたいして有限であるが，$N>5$ にたいしては発散する．したがって，$N>5$ にたいしては星の半径も質量も無限大になる．N が大きいほど，一様な密度分布からのずれが大きくなり，外層部が拡がった構造をとる．$N=\infty$ は等温の場合に対応し，等温球と呼ばれる．代表的なポリトロープ球の数値を表に示しておく．

N	$(N+1)^{1/2}\xi_N$	φ_N	$\rho_c/\bar{\rho}$
5	∞	25.46	∞
3	13.79	16.15	54.2
1.5	5.777	10.73	5.99
0	$\sqrt{6}$	$2\sqrt{6}$	1

式（24）と式（27）とを逆に解くと，

$$\rho_c=\frac{M}{4\pi R^3}\frac{\xi_N{}^3(N+1)^{3/2}}{\varphi_N} \tag{28}$$

$$p_c=\frac{GM^2}{4\pi R^4}\frac{\xi_N{}^4(N+1)^2}{\varphi_N{}^2} \tag{29}$$

となり，星の質量と半径から中心密度と中心圧力を推定することができる．例えば，太陽を $N=3$ のポリトロープ球とすると $M=2\times10^{33}\,\mathrm{g}$，$R=7\times10^{10}\,\mathrm{cm}$ より，$\rho_c=75.3\,\mathrm{g\,cm^{-3}}$，$p_c=1.23\times10^{17}\,\mathrm{dyn\,cm^{-2}}$ をえる．太陽の元素組成にたいする平均分子量 $\mu=0.62$ を使うと，中心温度は $1.2\times10^7\,\mathrm{K}$ となる．これらの値は正確な値と 30% 程度の範囲で一致している．

ここでは，ポリトロープ球を具体的に解いたが，星の中心密度と中心圧力を質量と半径で表わすことは，係数を別にすれば次元解析から簡単にわかることである．すなわち，$M\approx\rho_c R^3$ と $p_c/R\approx\rho_c GM/R^2$ から p_c と ρ_c を M と R で表わせば，

すぐに上と同じ依存性が得られる．

c) 積分定理

星の全エネルギーについての重要な関係式にビリアル定理がある．力学平衡の式（2）に $4\pi\rho r^3$ をかけて積分すると

$$\int_0^R 4\pi r^3 \frac{dp}{dr}dr = -\int_0^R 4\pi G M_r r\rho dr = -\int_0^M \frac{GM_r}{r}dM_r \tag{30}$$

を得る．左辺は部分積分により

$$[4\pi r^3 p]_{r=0}^{r=R} - 3\int_0^R 4\pi r^2 p dr \tag{31}$$

となるが，星の表面では $p=0$ なので第一項は消える．第二項は圧力の体積積分であるが，圧力と内部エネルギー密度 u の間には，比熱比を γ として，$p=(\gamma-1)u$ の関係があるので結局 $-3(\gamma-1)U$ となる．ここで U は星の全内部エネルギーである．一方，式（30）の右辺は星の重力エネルギー Ω を表わすので，

$$\Omega + 3(\gamma-1)U = 0 \tag{32}$$

という関係式をえる．これをビリアル定理という．

星の全エネルギーは

$$E = U + \Omega \tag{33}$$

なので，

$$E = -(3\gamma-4)U = \frac{3\gamma-4}{3(\gamma-1)}\Omega \tag{34}$$

となり，$\gamma > 4/3$ ならば，星は重力的に束縛されているが，$\gamma < 4/3$ ならば，重力的に束縛されていないことになる．すなわち，このような星は不安定であることを意味している．

星が光度 L でエネルギーを失っていくと，

$$\frac{dE}{dt} = -(3\gamma-4)\frac{dU}{dt} = \frac{3\gamma-4}{3(\gamma-1)}\frac{d\Omega}{dt} = -L < 0 \tag{35}$$

から，内部エネルギーは増加し，重力エネルギーは減少していくことになる．重力エネルギーは負であるので，星はより深く束縛されていくことを意味する．また，内部エネルギーの増加は温度の上昇を意味するので，星はエネルギーを失えば温度が上昇することになり，このため負の比熱を持っているともいわれる．

2.2 輻射輸送

2.1 節で述べたように，星の構造を決めるためには，質量保存と力学平衡の式以外にエネルギー輸送とエネルギー保存の式が必要となる．星の内部のエネルギー輸送には，輻射，対流，熱伝導の 3 つが寄与する．熱伝導は電子が縮退した領域以外では無視できるので，ここではまず輻射輸送について調べ，次節で対流についてふれることにする．

a) 基本的概念

まず，輻射輸送の基本的概念から始めよう．輻射の進む方向に単位時間，単位面積，単位立体角，単位振動数当りに通過する輻射のエネルギーを比強度あるいは単に強度と呼び，I_ν で表わす．これを振動数で積分した量を強度と呼び，I で表わす．したがって，図 2.1 のような面積 dA の面素を考えると，その法線にたいし角度 (θ, φ) をなす向きに，立体角 $d\Omega$ の間に，時間 dt の間に通過する，振動数 ν と $\nu+d\nu$ の間にある輻射のエネルギーは

$$I_\nu \cos\theta dA dt d\Omega d\nu \qquad (1)$$

となる．因子 $\cos\theta$ は輻射の進行方向に垂直な面素の面積が $dA\cos\theta$ であることによる．

輻射の比エネルギー流束 F_ν は面素の単位面積を単位時間に通過する振動数 ν と $\nu+d\nu$ の間にある輻射のエネルギーであり，上式を立体角で積分してえられる．すなわち，

$$F_\nu = \int I_\nu \cos\theta d\Omega \qquad (2)$$

振動数で積分したものを全エネルギー流束と呼び，F で表わす．

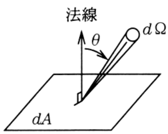


図 2.1 面素 dA を通過する輻射の概念図

$$F=\int I\cos\theta d\Omega \tag{3}$$

上の式で立体角積分は全立体角で行なうので，もし輻射が等方なら，$F_\nu=F=0$ となることに注意しておこう．

輻射の比エネルギー密度 u_ν は

$$u_\nu=\int\frac{I_\nu}{c}d\Omega \tag{4}$$

であり，全エネルギー密度 u は

$$u=\int u_\nu d\nu=\frac{4\pi}{c}\int J_\nu d\nu \tag{5}$$

で与えられる．ここで，J_ν は平均強度であり，

$$J_\nu=\frac{1}{4\pi}\int I_\nu d\Omega \tag{6}$$

で定義される．

強度と流束の概念は混乱しやすいが，その違いによく注意を払うべきである．強度は本質的には統計力学の位相空間分布関数に対応する量であり，衝突がなければ粒子（輻射）の経路に沿って不変である．したがって，たとえば，星の表面から放出されたときの強度と我々が観測するときの強度は同じである．それにたいし，流束はエネルギー・運動量テンソルの成分であり，距離の2乗に反比例して減少する．考えている面素の一方の方向のみに通過するエネルギー量を使って，片面流束 F_+ と F_- を

$$F_+=\int_0^1 d\cos\theta\int_0^{2\pi}d\varphi I\cos\theta \tag{7}$$

$$F_-=-\int_{-1}^0 d\cos\theta\int_0^{2\pi}d\varphi I\cos\theta \tag{8}$$

と定義することもある．したがって $F=F_+-F_-$ であり，輻射が等方ならば，$F_+=F_-=\pi I=uc/4$ の関係がある．

b) 輸送方程式

輻射が物質中を通過するときの強度の変化を考えよう．単位体積，単位立体角当りの輻射の放出率を j_ν とすると，強度は考えている経路に沿って距離 ds だけ進む間に $j_\nu ds$ だけ増加する．一方，輻射の吸収係数を α_ν とすると，強度は $\alpha_\nu I_\nu ds$ だけ減少する．したがって，

$$\frac{dI_\nu}{ds}=-\alpha_\nu I_\nu+j_\nu \tag{9}$$

をえる.これが輻射の輸送方程式と呼ばれるものである.これは統計力学の Boltzmann 方程式に等価なものである.

吸収係数について,少し注意をしておこう. α_ν の代わりに質量吸収係数 $\varkappa_\nu=\alpha_\nu/\rho$ が使われることも多い.また,数密度 n と吸収断面積 σ_ν を使って $\alpha_\nu=n\sigma_\nu$ と表わされることもある.ここで現われた吸収断面積や吸収係数は,誘導放出の補正を行った後の値であることに注意しておかなければならない.上式に現われる吸収は真の吸収から誘導放出を差し引いたものであるからである.

簡単な場合の輸送方程式の解にふれておく.光学的距離 τ_ν を

$$d\tau_\nu=\alpha_\nu ds \tag{10}$$

で定義する.すると,輸送方程式は

$$\frac{dI_\nu}{d\tau_\nu}=-I_\nu+S_\nu \tag{11}$$

となる.ここで, S_ν は源泉関数と呼ばれ,平衡状態になったときに実現される強度を表わす.この場合には

$$S_\nu=\frac{j_\nu}{\alpha_\nu} \tag{12}$$

となり,物質の状態のみによって決まる量である.温度 T の物質にたいしては,これは Planck 関数となる.すなわち,

$$S_\nu=B_\nu\equiv\frac{2h\nu^3/c^2}{e^{h\nu/kT}-1} \tag{13}$$

である.輻射の放出率と吸収係数とが Planck 関数(一般に源泉関数)で結びつけられていることを Kirchhoff の法則というが,統計力学における詳細釣合いの原理の一例である.プランク分布が実現されている場合は,輻射のエネルギー密度が

$$u=\frac{4\pi}{c}\int B_\nu d\nu=aT^4 \tag{14}$$

となることはよく知られている.

輻射の経路に沿って有限の厚さをもった一様な媒質中の輻射の伝播を考えよう.輸送方程式 (11) の解は

$$I_\nu(\tau_\nu)=I_\nu(0)\mathrm{e}^{-\tau_\nu}+S_\nu(1-\mathrm{e}^{-\tau_\nu}) \tag{15}$$

で与えられる．第一項は物質の外部から入射した輻射が，伝播につれ減衰することを表わし，第二項は物質中での輻射の放出と吸収を表わす．外部からの輻射がない場合，$I_\nu(0)=0$ なので，τ_ν が 1 よりも小さいときには，

$$I_\nu(\tau_\nu)=S_\nu\tau_\nu=j_\nu s \tag{16}$$

となり，通過物質量に比例して強度が増加していくことがわかる．この場合，媒質内部で放出された輻射は内部で吸収を受けることなく外部に放出されることになる．このような場合を光学的に薄いという．逆に τ_ν が 1 よりも十分大きいと

$$I_\nu(\tau_\nu)=S_\nu \tag{17}$$

となる．このときは局所的に輻射の放出と吸収とがつり合った平衡状態が実現され，輻射強度は源泉関数に一致する．物質が温度 T にあれば輻射は Planck 分布になることがわかる．この場合を光学的に厚いという．このとき物質の表面から放出されるエネルギー流束は

$$F_+=\frac{acT^4}{4}=\sigma_{\rm SB}T^4 \tag{18}$$

となる．$\sigma_{\rm SB}$ は Stefan-Boltzmann 定数である．光学的に厚くない場合や非一様媒質の場合など一般の場合にも，与えられた F_+ にたいして

$$F_+=\sigma_{\rm SB}{T_{\rm eff}}^4 \tag{19}$$

で有効温度 $T_{\rm eff}$ を定義するが，これは光学的に厚い一様媒質の場合にのみ物質の温度と一致する．

以上の取扱いでは散乱の効果を無視してきた．散乱が等方的であり，エネルギー変化もない弾性的な場合には，光子数が保存されることを考慮すると，散乱のみによる輸送方程式は

$$\frac{dI_\nu}{ds}=-{\alpha_\nu}^{\rm sc}(I_\nu-J_\nu) \tag{20}$$

となる．吸収，放出，散乱をすべて考慮すると

$$\frac{dI_\nu}{ds}=-\alpha_\nu I_\nu+j_\nu-{\alpha_\nu}^{\rm sc}(I_\nu-J_\nu)=-(\alpha_\nu+{\alpha_\nu}^{\rm sc})(I_\nu-S_\nu) \tag{21}$$

$$S_\nu=\frac{j_\nu+{\alpha_\nu}^{\rm sc}J_\nu}{\alpha_\nu+{\alpha_\nu}^{\rm sc}} \tag{22}$$

となるが，この場合の源泉関数は J_ν にも依存することになる．ただし，吸収にたいする光学的厚さが大きく，$J_\nu=S_\nu$ が実現されているときには，この量は $j_\nu/\alpha_\nu=B_\nu$ に等しくなる．

媒質が非一様な場合にはそれに応じて輻射輸送も複雑になる．そのため，天体の放射スペクトルから天体の正確な情報を得ることはそれほど簡単なことではない．たとえば，星のスペクトルは，星の光学的厚さが十分大きいにもかかわらず Planck 分布から大きくずれている．この原因をごく単純化していうと，星の表面から内部にいくにつれ温度が上昇しているからである．上の例からわかるように外部に放出される輻射は主として星の表面からはかった光学的距離が1程度の場所で放出されたものである．吸収係数は輻射の振動数に強く依存しており，線スペクトルの振動数領域では吸収係数が大きく，星のごく表面の低温の領域から放出されるので強度が弱い．これにたいし，吸収係数の小さな連続スペクトルの振動数領域はやや深い高温の領域から放出されるので強度が大きい．そのため線スペクトルが吸収線として観測されるのである．

c） 拡散方程式

星の大気など光学的に薄い場合，あるいは有限の光学的厚さの問題を扱う場合を別にすれば，星の内部では輻射は物質とはほとんど熱平衡状態にあり，光学的厚さは非常に大きい．このような場合には，輸送を取り扱うのに拡散近似を用いることができる．

物質の状態が z 方向にのみ依存する一次元問題を考える．この場合でも輻射の強度は z 方向からの角度 θ に依存する．

$$ds = \frac{dz}{\cos\theta} \tag{23}$$

なので，輻射輸送の方程式は

$$\cos\theta \frac{dI_\nu}{dz} = -(\alpha_\nu + \alpha_\nu{}^{\mathrm{sc}})(I_\nu - S_\nu) \tag{24}$$

となる．光学的に十分厚い場合には $S_\nu = B_\nu$ としてよいので

$$I_\nu = B_\nu(T) + I_\nu{}^{(1)} \tag{25}$$

と展開すると，

$$I_\nu{}^{(1)} = -\frac{\cos\theta}{\alpha_\nu + \alpha_\nu{}^{\mathrm{sc}}} \frac{dB_\nu(T)}{dz} \tag{26}$$

をえる．輻射のエネルギー流束は

$$F_\nu = \int I_\nu \cos\theta d\Omega = -\frac{2\pi}{\alpha_\nu + \alpha_\nu{}^{\mathrm{sc}}} \frac{dB_\nu}{dz} \int \cos^2\theta d\cos\theta$$

$$= -\frac{4\pi}{3(\alpha_\nu + \alpha_\nu{}^{\mathrm{sc}})} \frac{dB_\nu}{dz} \tag{27}$$

となる．輻射の全エネルギー流束はこれを振動数積分して

$$F = \int F_\nu d\nu = -\frac{4\pi}{3} \frac{dT}{dz} \int \frac{1}{\alpha_\nu + \alpha_\nu{}^{\mathrm{sc}}} \frac{dB_\nu}{dT} d\nu \tag{28}$$

となる．

ここで

$$\int \frac{dB_\nu}{dT} d\nu = \frac{d}{dT} \int B_\nu d\nu = \frac{c}{4\pi} \frac{d}{dT} aT^4 = \frac{ac}{\pi} T^3 \tag{29}$$

に注意し，質量吸収係数を用いると

$$F = -\frac{4ac}{3\rho} \frac{T^3}{\varkappa} \frac{dT}{dz} \tag{30}$$

をえる．ここで $\varkappa$ は Rossland 平均吸収係数と呼ばれる量で

$$\frac{1}{\rho\varkappa} = \frac{\displaystyle\int \frac{1}{\alpha_\nu + \alpha_\nu{}^{\mathrm{sc}}} \frac{dB_\nu}{dT} d\nu}{\displaystyle\int \frac{dB_\nu}{dT} d\nu} = \frac{\pi}{acT^3} \int \frac{1}{\alpha_\nu + \alpha_\nu{}^{\mathrm{sc}}} \frac{dB_\nu}{dT} d\nu \tag{31}$$

と定義される．

これから，エネルギー輸送の式として，星の内部で半径 r の球面を単位時間に通過するエネルギー L_r が

$$L_r = 4\pi r^2 F = -4\pi r^2 \left(\frac{4acT^3}{3\varkappa\rho} \right) \frac{dT}{dr} \tag{32}$$

で与えられることになる．

d) 吸収係数

上でみたように輻射の吸収係数は星の構造を決定する上で非常に重要な量である．熱平衡状態では，物質の温度，密度，化学組成を与えれば，電離状態も決まり，原理的には吸収係数も計算できる．しかし，星の中でとりえる物質の状態は非常に広い範囲にわたっており，輻射と物質との相互作用についても全てわかっているわけではなく，現在も研究が進められている課題なのである．非常な高温ではさまざまな相対論的な効果が重要になるし，逆に低温領域では分子やダストの効果を考えなければならない．密度の高いときには縮退の効果も効いてくる．物質の状態によって，あるいは求めるべき精度によって多種多様な輻射過程の考

察が必要になるのである．ここでは，最も代表的な輻射過程についてのみ，その吸収係数をあげておこう．

第一に電子散乱がある．非相対論的な場合ではこれは Thomson 散乱であり，断面積は

$$\sigma_{\mathrm{T}}=\frac{8\pi}{3}\left(\frac{e^2}{m_e c^2}\right)^2=6.65\times10^{-25}\quad[\mathrm{cm}^2] \tag{33}$$

である．完全電離のガスでは電子数は

$$n_{\mathrm{e}}=\frac{\rho}{2m_{\mathrm{H}}}(1+X) \tag{34}$$

なので，

$$\varkappa_{\mathrm{es}}=\sigma_{\mathrm{T}}\frac{1+X}{2m_{\mathrm{H}}}=0.20(1+X)\quad[\mathrm{cm}^2\,\mathrm{g}^{-1}] \tag{35}$$

となる．

第二に自由・自由遷移がある．これは制動放射とも呼ばれ，自由電子とイオンとの衝突が主たるものである．質量数 A_i，電荷 Z_i のイオンの存在比を X_i とすると，数密度は

$$n_i=\frac{X_i\rho}{A_i m_{\mathrm{H}}} \tag{36}$$

となり，吸収係数は

$$\begin{aligned}\alpha_{\nu,\mathrm{ff}}{}^{i}&=\frac{4e^6}{3hcm_{\mathrm{e}}}\left(\frac{2\pi}{3km_{\mathrm{e}}T}\right)^{1/2}\frac{Z_i{}^2 n_{\mathrm{e}} n_i}{\nu^3}(1-e^{-h\nu/kT})\,g_{\mathrm{ff}}\\&=3.7\times10^8\frac{Z_i{}^2 n_i n_{\mathrm{e}}}{T^{1/2}\nu^3}(1-e^{-h\nu/kT})\,g_{\mathrm{ff}}\quad[\mathrm{cm}^{-1}]\end{aligned} \tag{37}$$

と与えられる．ここで，g_{ff} は Gaunt 因子と呼ばれ，量子論的な補正を表わす 1 程度の量である．Rossland 平均吸収係数は各種のイオンの寄与の和となり，

$$\varkappa_{\mathrm{ff}}=3.7\times10^{22}\frac{\rho}{T^{7/2}}(1+X)\left(X+Y+Z\left\langle\frac{Z_i{}^2}{A_i}\right\rangle\right)\langle g_{\mathrm{ff}}\rangle\quad[\mathrm{cm}^2\,\mathrm{g}^{-1}] \tag{38}$$

となる．これを Kramers の吸収係数という．ここで〈 〉は適切な平均を表わす．Z は重元素の存在比である．

不完全電離（中性を含む）のイオンが存在しているとさらに束縛・自由遷移と束縛・束縛遷移を考慮しなければならない．これらは，物質の電離状態，原子スペクトルの構造によるので複雑である．ある程度高温になると重元素が主に効いてくるが，太陽組成程度だと，自由・自由遷移による吸収係数よりも大きい寄与

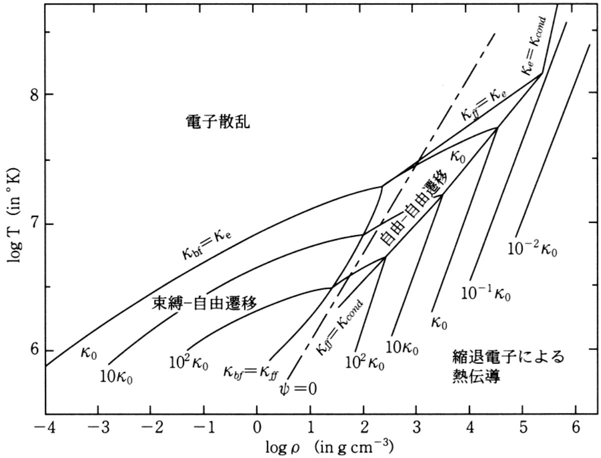


図 2.2　さまざまな温度と密度の領域にたいして最も有効なエネルギー輸送過程
図の左上の高温低密度の領域では電子散乱，右下の低温高密度の領域では縮退した電子の熱伝導，中間の領域では自由自由遷移，束縛自由遷移が支配的な過程となる（C. Hayashi, R. Hōshi and D. Sugimoto : *Supplement of the Progress of Theoretical Physics*, vol. 22 1962）.

がある．実際に星の構造を解くときには，これらの吸収係数は温度や密度の関数として数表化されたものを用いるのが普通である．先に述べたように，吸収係数の正確な値にはまだ不確定な点が多々ある．もちろん，これらの不定性の大きさは温度や密度，化学組成に大きく依存する．たとえば，10^5K から 10^6K 程度の温度領域では鉄の不完全電離状態での束縛・束縛遷移の寄与が大きく，吸収係数が以前に考えられていたよりも 3 倍ほど大きいことがわかってきたのも，1990 年代にはいってからのことである．これにより，太陽の内部構造や変光星の諸性質のうちで長く問題であった点が解決したとされている．図 2.2 に温度密度の各領域で支配的な輸送過程を示しておく．

2.3 対　　流

a) 対流不安定の条件

星の内部の温度分布が急峻になると対流が発生し，エネルギー輸送が対流で担われるようになる．対流の発生する条件は以下のようにして決められる．$-z$ 方向

に重力加速度 g があり，温度と圧力が $T(z)$，$p(z)$ の分布をしている一次元問題を考えよう．簡単のため化学組成は一様であるとしておこう．図2.3のようにある小さな質量要素を周囲と力学平衡を保ちながら断熱的に $dz>0$ だけ変位させると，この要素の圧力は

$$p(z+dz)=p(z)+\frac{dp}{dz}dz \tag{1}$$

温度は

$$T_f=T(z)+\left.\frac{dT}{dp}\right|_{ad}dp \tag{2}$$

となる．もし

$$T_f<T(z+dz)=T(z)+\frac{dT}{dp}dp \tag{3}$$

ならば，周囲よりも低温であるため周囲よりも密度が高くなるので下向きに力が働き，この質量要素はもとに戻る．すなわち，対流にたいして安定である．逆に

$$T_f>T(z+dz) \tag{4}$$

ならば，周囲よりも密度が低くなるので浮力が働き，さらに上昇することになる．これが対流不安定である．

$dz>0$ にたいして $dp<0$ であることに注意すると，対流不安定の条件は，

$$\left.\frac{dT}{dp}\right|_{ad}<\frac{dT}{dp} \tag{5}$$

となる．あるいは，両辺に $|dp/dz|$ をかけて

$$\left|\frac{dT}{dz}\right|_{ad}<\left|\frac{dT}{dz}\right| \tag{6}$$

で与えられる．すなわち，温度勾配が断熱的なものより急になっている，いいかえるとエントロピー勾配が負であると対流が起こる．$dz<0$ の場合を考えても当然同じ条件をえる．対流不安定の条件は，式 (5) の両辺に p/T をかけて

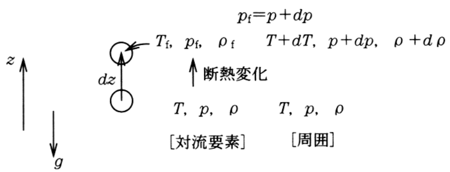


図 2.3　対流発生の概念図

$$\nabla_{\mathrm{ad}} \equiv \left.\frac{d \ln T}{d \ln p}\right|_{\mathrm{ad}} < \left.\frac{d \ln T}{d \ln p}\right|_{\mathrm{rad}} \equiv \nabla_{\mathrm{rad}} \quad (7)$$

と表すことも多い．右辺に添字 rad がついているのは，星の構造の問題の場合にはエネルギー輸送が輻射輸送のみによると仮定して得られた分布の対流に対する安定性を調べているからである．これを Schwarzschild の判定条件と呼んでいる．

上に示したように，エネルギー輸送が輻射のみであると仮定して得たエントロピー勾配が負であると対流が起こる．対流が起こるとエネルギー輸送には輻射とともに対流も寄与することになる．多くの場合，対流が起これば，対流によるエネルギー輸送が支配的になり，対流要素の変化は断熱的と近似できるので，温度，密度，圧力の分布は断熱的になる．すなわち，エネルギー輸送の式は輻射輸送の式の代わりに

$$\frac{dT}{dz} = \left.\frac{d \ln T}{d \ln p}\right|_{\mathrm{ad}} \frac{T}{p} \frac{dp}{dz} = \nabla_{\mathrm{ad}} \frac{T}{p} \frac{dp}{dz} \quad (8)$$

で与えられる．

b） 混合距離理論

以上は第ゼロ近似であり，星の構造と進化を精密に取り扱うためにはより詳しい取り扱いが必要となる．以下で，そのうちいくつかについて簡単にふれるが，対流の取扱いには現在でも未解決の微妙な問題がいくつかある．星の外層での対流の発生には水素の電離度の変化に起因するものがある．このときには断熱的な温度変化が非常に小さくなるため対流が発生しやすくなるのである．対流層は星の表面まで達することはなく，表面近くで対流的に安定になり，再び輻射輸送によってエネルギーが運ばれる．対流層の上部ではエネルギー輸送には対流と輻射の両者が効いており，対流要素の変化も断熱的なものからずれてくるので，対流によるエネルギー輸送の表式が具体的に必要となる．これを第一原理から求めることは困難であり，多くの場合混合距離理論を使って評価することになる．

このような場合に星の構造を求めるには，光度 L_r が輻射によるエネルギー流束 F_{rad} と対流によるエネルギー流束 F_{conv} の和

$$L_r = 4\pi r^2 (F_{\mathrm{rad}} + F_{\mathrm{conv}}) \quad (9)$$

で与えられるとし，F_{conv} を密度，温度，圧力などの物理量で表わせばよい．対流

によるエネルギー輸送は対流要素が周囲と圧力平衡を保ちながら運ぶ余分の内部エネルギーの輸送で評価される．すなわち

$$F_{\rm conv}=\rho c_{\rm p}\overline{v\Delta T} \tag{10}$$

と書かれる．ここで c_p は単位質量あたりの定圧比熱，v は対流要素の速度，ΔT は対流要素と周囲との温度差であり，$\overline{v\Delta T}$ は多くの対流要素についての適切な平均値である．

まず個々の対流要素により運ばれるエネルギーを評価しよう．対流要素は周囲と力学平衡にあるので，圧力は周囲の圧力と等しいが，周囲との熱の交換は必ずしも無視できないので，温度変化は必ずしも断熱的ではない．考えている対流要素の実際の変化を

$$\nabla_{\rm f}\equiv\left.\frac{d\ln T}{d\ln p}\right|_{\rm f} \tag{11}$$

と記す．対流要素と周囲との間の熱交換が無視できるときには，これは断熱的な値 $\nabla_{\rm ad}$ に等しくなる．周囲よりわずかに密度の低い対流要素が $z=0$ の位置に速度 $v=0$ で生まれたとしよう．距離 z だけ進むと温度差は

$$\Delta T\equiv T_{\rm f}-T(z)=(\nabla_{\rm f}-\nabla)\,Td\ln p=-[\nabla_{\rm f}-\nabla]\,T\frac{z}{H} \tag{12}$$

となる．ここで，

$$H=\frac{p}{-dp/dz}=\frac{p}{\rho g} \tag{13}$$

はスケールハイトと呼ばれ，圧力が $1/e$ だけ変化する距離である．

対流要素は周囲と圧力平衡にあり，浮力によって単位質量あたり

$$-\frac{\Delta\rho}{\rho}g=-\left.\frac{\partial\ln\rho}{\partial\ln T}\right|_{p}\frac{\Delta T}{T}g\equiv\delta\frac{\Delta T}{T}g \tag{14}$$

の加速度を受ける．受けた仕事の半分が運動エネルギーに転化すると仮定すると[1)]，z だけ進んだときの速度は，

$$v^2=\frac{\delta gz^2}{2H}[\nabla-\nabla_{\rm f}] \tag{15}$$

となる．対流要素は平均的に混合距離 l だけ進むと周囲と混合すると仮定しよう．

---

1) 対流要素は自由空間を運動しているわけではないので，浮力から受けた運動量をさまざまの形で周囲に渡す．このため全ての仕事が対流要素の運動エネルギーになるわけではない．本来は受ける力として浮力以外にも「抵抗力」を考慮すべきなのである．

ある場所で見たとき，対流要素の進んだ距離の平均値は $l/2$ であり，ΔT と v の平均値は

$$\overline{\Delta T}=[\nabla-\nabla_{\mathrm{f}}]\,T\frac{l}{2H} \tag{16}$$

$$\bar{v}=\sqrt{\frac{\delta g l^2}{8H}[\nabla-\nabla_{\mathrm{f}}]} \tag{17}$$

となる．

これから，対流によるエネルギー流束は(10)式から

$$F_{\mathrm{conv}}=\rho c_p T\frac{\sqrt{\delta g l}}{4\sqrt{2}}\left(\frac{l}{H}\right)^{3/2}[\nabla-\nabla_{\mathrm{f}}]^{3/2} \tag{18}$$

と評価される．対流要素の温度変化 ∇_{f} は断熱変化から混合距離 l だけ動く間に失った内部エネルギーを差し引くことで評価される．対流要素の直径を混合距離 l と同じだとすると，単位時間あたりに対流要素の失うエネルギーは輻射輸送の式から

$$4\pi\left(\frac{l}{2}\right)^2\left(\frac{4acT^3}{3\varkappa\rho}\right)\frac{2\Delta T}{l}=\frac{8\pi acT^3\Delta Tl}{3\rho\varkappa} \tag{19}$$

と評価される．これが

$$c_p\rho\frac{\pi l^3}{6}\bar{v}\left[\left.\frac{dT}{dz}\right|_{\mathrm{ad}}-\left.\frac{dT}{dz}\right|_{\mathrm{f}}\right]=-c_p\rho\frac{\pi l^3}{6}\bar{v}\frac{T}{H}(\nabla_{\mathrm{ad}}-\nabla_{\mathrm{f}}) \tag{20}$$

に等しいとして，最終的に

$$\nabla_{\mathrm{f}}-\nabla_{\mathrm{ad}}=\frac{8acT^3}{\varkappa\rho^2 c_p l\bar{v}}[\nabla-\nabla_{\mathrm{f}}] \tag{21}$$

という式が得られる．

最初の問題に戻って星の構造を求めることを考えよう．F_{conv} を具体的に計算するためには混合距離 l を決めなければならないが，l はスケールハイト H 程度の大きさだと仮定して，両者の比 l/H をパラメータとして与えるのが通常のやり方である．エネルギー輸送の式は本質的には L_r が与えられたときに温度勾配を決める式であるが，式 (9)，(18) とともに式 (17)，(21) を同時に解くことから，星の構造を決める量 ∇ 以外に，対流に関する量として $\bar{v}$，∇_{f} が同時に求められることになる．対流が生じているときには

$$\nabla_{\mathrm{ad}}<\nabla_{\mathrm{f}}<\nabla<\nabla_{\mathrm{rad}} \tag{22}$$

という不等式が成立していることになる．物理的意味は明らかであろう．輻射輸

送のみと仮定した温度勾配 ∇_{rad} が大きすぎるので対流が発生し，実現される平均的な温度勾配は ∇ はこれより小さくなる．対流要素が浮力を受けるためには，個々の要素の温度勾配 ∇_{f} は周囲の温度勾配より小さくないといけないことは式(12)からわかる．最初の不等式は対流要素が断熱変化に比べてエネルギーを失うことを意味している．このようにして一般には実現される温度勾配は断熱的なものより急になるが，多くの場合には $\nabla_{\mathrm{ad}} \approx \nabla_{\mathrm{f}} \approx \nabla$ が成立しているのである．

c) その他の問題

星の中心部で対流が起こると対流の発生した領域はよく混合されるので，そこでの元素組成は一様になる．対流が起こらなければ，原子核反応で変化した組成は著しい非一様性をもつことになる．したがって，対流領域の大きさの決定は星の進化に大きな影響を及ぼす．しかし，ここにもいくつかの未解決の問題がある．星の内部で対流が起こるとき，対流不安定な領域と対流安定な領域との境界は通常は上で議論した対流安定の中立条件で与えた条件で決める．しかし，対流要素の運動を考えると，境界付近で発生した対流要素は境界に達したときに有限の速度をもっているので，境界を突破して対流安定な領域まで到達することも考えられる．この効果を対流過貫入と呼ぶ．実際にこれがどの程度起こっているかは論争中であるが，もしかなりの規模で起こっているとすると対流領域が大きくなるためにやはり星の進化に無視できない影響を及ぼす．

星のコアなど元素組成に勾配がある場合には，対流の起こる条件として平均分子量の勾配を考慮する必要がある．これを考慮すると，対流不安定の条件は Ledoux の判定条件

$$\left.\frac{d\ln T}{d\ln p}\right|_{\mathrm{ad}}+\frac{\varphi}{\delta}\frac{d\ln\mu}{d\ln p}<\left.\frac{d\ln T}{d\ln p}\right|_{\mathrm{rad}} \tag{23}$$

となり，一般には対流を安定化する方向に向かう．ここで，

$$\varphi=\left.\frac{\partial\ln\rho}{\partial\ln\mu}\right|_{p,T} \tag{24}$$

である．しかし，

$$\left.\frac{d\ln T}{d\ln p}\right|_{\mathrm{ad}}<\left.\frac{d\ln T}{d\ln p}\right|_{\mathrm{rad}}<\left.\frac{d\ln T}{d\ln p}\right|_{\mathrm{ad}}+\frac{\varphi}{\delta}\frac{d\ln\mu}{d\ln p} \tag{25}$$

の領域では振動的には不安定になることが示されており，これを半対流と呼んでいる．この不安定性の成長時間はかなり長いが，星の進化の時間に比べて無視で

きるかどうかを決定することは困難な問題である．半対流の問題も大質量星の進化などに大きな影響をおよぼすことが知られている．

2.4 熱核反応

星は輻射を外部に放出してエネルギーを失っているので，静的な構造を維持するためにはエネルギー源が必要である．よく知られているようにこのエネルギー源は熱核融合反応である．熱核融合反応はまた元素の起源の問題と直接に関わっている．本節ではその基本的事項を概説する．

a) 熱核反応の運動学

最初に，温度 T のプラズマ中での核反応率を計算しよう．反応に関与する粒子の質量を m_i, 数密度を $n_i (i=1,2)$ とする．速度分布関数は Maxwell 分布で与えられ，非相対論的な温度では，

$$n_i(v_i)\,d^3v_i = n_i\left(\frac{m_i}{2\pi kT}\right)^{3/2}\exp\left(-\frac{m_i v_i^2}{2kT}\right)d^3v_i \qquad (1)$$

である．相対速度の大きさを $v=|\vec{v}_1-\vec{v}_2|$, 反応の断面積を $\sigma(v)$ とすると，単位時間単位体積当りの反応率は

$$I=\int n_1(v_1)\,n_2(v_2)\,\sigma(v)\,vd^3v_1d^3v_2 \qquad (2)$$

となる．速度 $\vec{v}_1$ と $\vec{v}_2$ を，相対速度 $\vec{v}$ と重心の速度 $\vec{V}$ に変数変換し，全質量 $m=m_1+m_2$ と換算質量 $\mu=m_1m_2/(m_1+m_2)$ を使うと，

$$\begin{aligned}I&=\int n_1n_2\frac{(m_1m_2)^{3/2}}{(2\pi kT)^3}\exp\left(-\frac{mV^2+\mu v^2}{2kT}\right)\sigma(v)\,vd^3vd^3V\\&=n_1n_2\left(\frac{\mu}{2\pi kT}\right)^{3/2}\int\exp\left(-\frac{\mu v^2}{2kT}\right)\sigma(v)\,vd^3v\\&\equiv n_1n_2\langle\sigma v\rangle\end{aligned} \qquad (3)$$

となる．同種粒子の衝突の場合にはこれに因子 1/2 がかかる．v の代わりにエネルギー $E=\mu v^2/2$ で書くことも多い．

1 反応当りに解放されるエネルギーを Q とすると，単位質量当りのエネルギー発生率は

$$\epsilon_{\rm n}=\frac{IQ}{\rho} \tag{4}$$

となる．

b) 核反応率

星の中心部の温度では物質はほとんど完全電離の状態にあるので，原子核の間には Coulomb 力が働き，古典的には核反応を起こす距離までは到達できない．電荷 Z_1e と Z_2e の間の Coulomb エネルギーは，二つの原子核の間の距離を r として

$$\frac{Z_1Z_2e^2}{r}=1.4Z_1Z_2\left(\frac{r}{10^{-13}\,\mathrm{cm}}\right)^{-1} \quad \text{〔MeV〕} \tag{5}$$

なので，古典的には温度が 10^{10}K 以上まで上がらないと反応は起きない．これにたいし主系列星の中心温度は $(1\sim3)\times10^7$K 程度でしかないので核反応は起こらないと思うかも知れない．しかし，量子力学的には，トンネル効果により Coulomb 障壁を透過する確率があり，これにより，より低温でも核反応が起こり得ることになるのである．図 2.4 に示すように，古典力学的な反射点 $r_c=(2Z_1Z_2e^2)/\mu v^2$ から原子核の半径 R までの透過確率は，

$$P_{\rm Coul}=\frac{p_0}{v}\exp(-2\pi\eta) \tag{6}$$

$$\eta=\frac{Z_1Z_2e^2}{\hbar v} \tag{7}$$

$$p_0=\left(\frac{2Z_1Z_2e^2}{\mu R}\right)^{1/2} \tag{8}$$

と近似される．ここで，$\hbar$ は Planck 定数を 2π で割ったものである．式(6)の右辺の指数因子は WKB 法で得られる透過因子であり，係数 p_0/v は透過確率が単位入射流束あたりで定義されることを考慮した因子である．Coulomb 障壁の効果

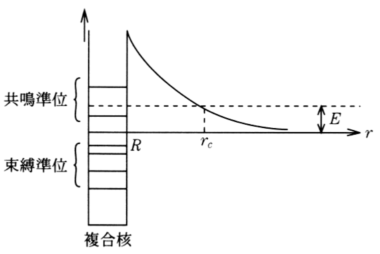


図 2.4 原子核反応の概念図
半径 R 以内では核力によるポテンシャルにより 2 つの入射粒子の複合状態ができる．エネルギーが負の準位は束縛準位であり，最低エネルギーの準位が安定な原子核である．エネルギーが正の準位は共鳴準位と呼ばれるが，この準位は 2 つの原子核が分離した状態とトンネル効果により結合しており，共鳴準位にある複合核は有限の寿命で崩壊する．

を除いた核反応の部分の断面積を $\sigma_{\rm N}$ と記して，核反応の断面積を

$$\sigma = P_{\rm Coul}\sigma_{\rm N} = \frac{S(E)}{E}\exp(-2\pi\eta) \tag{9}$$

と書くのが慣わしである．$S(E)$ を天体物理的S因子と呼ぶ．$1/E$ をくくり出した理由は低エネルギーでは断面積が de-Broglie 波長の2乗に比例することを考慮したためである．量子力学的な透過確率は非常に小さいものだが，衝突回数も非常に多いので，核反応を起こす確率がわずかながら存在することになるのである．

透過した原子核はさまざまな原子核反応を起こし得るが，その様子は個々の場合によって大きく異なる．ここで興味があるのは，非弾性散乱のうち核種が変化する場合である．この場合には，いったん2つの粒子の複合核ができ，それが異なる複数の原子核に分かれると考えてもよいだろう．このとき，入射粒子のエネルギーと一致するような複合核の共鳴準位が存在するときには $S(E)$ が大きな値をとることになる．入射粒子のエネルギーと一致するような共鳴準位が存在しない場合には $S(E)$ はほぼ一定の値をとると近似できるので，

$$\begin{aligned}\langle\sigma v\rangle &= \left(\frac{\mu}{2\pi kT}\right)^{3/2}\frac{2S}{\mu}\int\exp\left(-\frac{\mu v^2}{2kT}-2\pi\eta\right)4\pi v dv \\ &= \frac{2\sqrt{2}\,S}{\sqrt{\pi\mu}(kT)^{3/2}}\int\exp\left(-\frac{E}{kT}-\frac{E_{\rm G}{}^{1/2}}{E^{1/2}}\right)dE \end{aligned} \tag{10}$$

となる．ここで

$$E_{\rm G} = \frac{\mu}{2}\left(\frac{2\pi Z_1 Z_2 e^2}{\hbar}\right)^2 \tag{11}$$

と定義した．

図2.5に示すように，被積分関数は

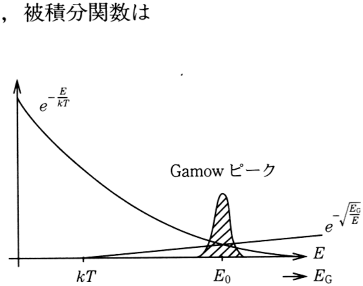


図 2.5 Gamow ピークの概念図

$$E=E_0=\left(\frac{\sqrt{E_G}\,kT}{2}\right)^{2/3} \tag{12}$$

で最大値

$$\exp\left(-\frac{3E_0}{kT}\right) \tag{13}$$

をとり，両側で急激に減少する関数となる．これを Gamow ピークと呼ぶ．被積分関数を E_0 のまわりでガウス型だと近似して積分すると，Gamow ピークの幅は

$$\Delta E_0=\left(\frac{4E_0kT}{3}\right)^{1/2} \tag{14}$$

であり，

$$\langle\sigma v\rangle=\frac{8S}{\sqrt{6}\,kT}\left(\frac{E_0}{\mu}\right)^{1/2}\exp\left(-\frac{3E_0}{kT}\right) \tag{15}$$

をえる．例えば，$kT=1\,\mathrm{keV}$ とすると陽子陽子反応にたいして，$E_G=500\,\mathrm{keV}$, $E_0=16\,\mathrm{keV}$ の程度となる．核反応には Maxwell 分布のすそにあるほんの少数の粒子が寄与しているのである．

複合核に共鳴準位が存在する場合は，断面積は Breit-Wigner の式

$$\sigma(E)=\frac{\pi(\hbar/\mu v)^2\omega\Gamma_{12}\Gamma_{34}}{(E-E_{\mathrm{res}})^2+\Gamma^2/4} \tag{16}$$

と表わされる．ここで E_{res} は共鳴エネルギー，Γ は共鳴幅，Γ_{12} は入射粒子の部分幅で Coulomb 障壁の効果はここに含まれる．Γ_{34} は形成される粒子の部分幅であり，$\Gamma=\Gamma_{12}+\Gamma_{34}$ である．ω はスピン因子で複合核のスピンを s_* とすると

$$\omega=\frac{2s_*+1}{(2s_1+1)(2s_2+1)} \tag{17}$$

である．一般に共鳴幅は Gamow ピークの幅よりも小さいので，共鳴の効果はデルタ関数的に寄与し

$$\langle\sigma v\rangle=\left(\frac{2\pi}{\mu kT}\right)^{3/2}\hbar^2\omega\frac{\Gamma_{12}\Gamma_{34}}{\Gamma}\exp\left(-\frac{E_{\mathrm{res}}}{kT}\right) \tag{18}$$

と表わされる．

共鳴，非共鳴いずれの場合でも核反応率は温度に強い依存性を持つ．非共鳴の場合，温度を $10^7\,\mathrm{K}$ を単位にして $T_7=T/10^7\,\mathrm{K}$ と表わし，S を keV·barn の単位（$1\,\mathrm{barn}=10^{-24}\,\mathrm{cm}^2$）で表わすと

$$\langle\sigma v\rangle=\frac{A}{T_7^{2/3}}\exp\left(-\frac{B}{T_7^{1/3}}\right)\quad [\mathrm{cm}^3\,\mathrm{s}^{-1}] \tag{19}$$

$$A=2.8\times10^{-16}S\left[\frac{Z_1Z_2(A_1+A_2)}{A_1A_2}\right]^{1/3} \tag{20}$$

$$B=19.7\left[\frac{Z_1^2Z_2^2A_1A_2}{A_1+A_2}\right]^{1/3} \tag{21}$$

と表わされる.

星の内部では $B\gg T_7^{1/3}$ なので, エネルギー発生率を基準温度 $T_{7,0}$ のまわりでべき近似すると

$$\frac{\epsilon}{\epsilon_0}=\left(\frac{T_7}{T_{7,0}}\right)^k \tag{22}$$

$$k=\frac{B}{3T_7^{1/3}}-\frac{2}{3} \tag{23}$$

となって, 指数 k が大きいことがわかる. この大きな依存性のために, 星の中心温度は各々の核燃焼の段階でほぼ決まった温度をとるのである.

c) 水素燃焼

Coulomb 障壁は原子番号の小さい原子核の方が小さいので, 水素燃焼が一番低い温度で起こる. 水素燃焼は 4 個の陽子から 1 個のヘリウム原子核を合成する反応であり, 実際の星の中では 2 つの過程が考えられる. 第一は p-p 連鎖であり, 第二は CNO サイクルである. 水素は最も存在比の大きな元素であるので, 星の内部での熱核反応の中で最も重要である.

i) p-p 連鎖

p-p 連鎖には 3 つの分枝があるが, 低温 ($0.8<T_7<1.4$) では, 主に

$$\begin{aligned} {}^1\mathrm{H} + {}^1\mathrm{H} &\longrightarrow {}^2\mathrm{H} + e^+ + \nu_e \\ {}^2\mathrm{H} + {}^1\mathrm{H} &\longrightarrow {}^3\mathrm{He} + \gamma \\ {}^3\mathrm{He} + {}^3\mathrm{He} &\longrightarrow {}^4\mathrm{He} + 2\,{}^1\mathrm{H} \end{aligned} \tag{24}$$

の連鎖反応 (p-pI 連鎖) が起こる. 最初の反応で発生した陽電子は電子と対消滅を起こすので, このサイクルで解放されるエネルギーは ^{4}He と 4 個の陽子の質量差に電子 2 個の質量を加えたもので, 26.73 MeV である. ニュートリノのエネルギーは平均 0.26 MeV, 1 サイクルで 2 個合計 0.53 MeV のエネルギーを持ってでるので, ネットな星のエネルギー源としては 26.20 MeV となる. 最初の反応は弱い相互作用であるので, 反応は著しく遅く, $S(0)=4.0\times10^{-22}$ keV·barn でしかない. 当然ながら, p-p 連鎖の進む速さはこの反応で決まっている.

^{4}Heが多いか，あるいは温度が少し高い（$1.4<T_7<2.3$）と，p-pII 連鎖

$$
\begin{aligned}
^3\mathrm{He} + {}^4\mathrm{He} &\longrightarrow {}^7\mathrm{Be} + \gamma \\
^7\mathrm{Be} + \mathrm{e}^- &\longrightarrow {}^7\mathrm{Li} + \nu_\mathrm{e} \\
^7\mathrm{Li} + {}^1\mathrm{H} &\longrightarrow 2\,{}^4\mathrm{He}
\end{aligned} \tag{25}
$$

が主なものとなる．このサイクルでは，2個のニュートリノのうち1個は^{7}Beの電子捕獲の際に放出されるもので平均0.80 MeVのエネルギーを持つ．したがって，ネットな星のエネルギー源としては25.67 MeVとなる．

さらに高温（$2.3<T_7$）では^{7}Beの陽子捕獲が起こり，p-pIII 連鎖

$$
\begin{aligned}
^7\mathrm{Be} + {}^1\mathrm{H} &\longrightarrow {}^8\mathrm{B} + \gamma \\
^8\mathrm{B} &\longrightarrow {}^8\mathrm{Be} + \mathrm{e}^+ + \nu_\mathrm{e} \\
^8\mathrm{Be} &\longrightarrow 2\,{}^4\mathrm{He}
\end{aligned} \tag{26}
$$

が主なものとなる．^{8}Bの崩壊で発生するニュートリノの平均エネルギーは7.27 MeVと大きいのでネットな星のエネルギー源としては19.20 MeVの寄与をなす．p-p 連鎖は図2.6のようにまとめられる．

太陽の中心温度は $T_7=1.6$ と計算されており，p-p 連鎖は太陽およびそれより軽い主系列星のエネルギー生成の大部分を占めている．p-p 連鎖で発生したニュートリノは太陽内部で反応することなく直接外部に放出されるので，太陽中心部の情報をそのまま持っていることになる．したがって，太陽から放出されるニュートリノの検出は星のエネルギー源や内部構造の直接的検証としてきわめて重要である．また，後に述べるように，太陽ニュートリノの観測は太陽の内部構造のみならず，素粒子としてのニュートリノの性質を調べる上で貴重な手段ともなっているのである．

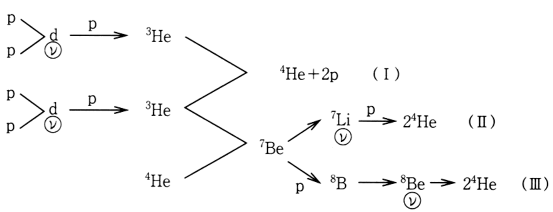


図 2.6 p-p 連鎖の進行図

ii） CNO サイクル

あらかじめC, N, Oなどの元素が星に含まれていると，$T_7>1.8$ 以上の温度では，陽子捕獲と β^+ 崩壊を通じて，最終的に ^{4}He を形成する反応が起こり得る．これをCNOサイクルと呼ぶ．CNOサイクルは重い原子核が関与するので，やや高い温度を必要とし，太陽よりも重い主系列星のエネルギー源となるとともに，巨星の水素殻燃焼を担っている．このサイクルは

$$
\begin{aligned}
{}^{12}\mathrm{C} + {}^{1}\mathrm{H} &\longrightarrow {}^{13}\mathrm{N} + \gamma \\
{}^{13}\mathrm{N} &\longrightarrow {}^{13}\mathrm{C} + \mathrm{e}^+ + \nu_\mathrm{e} \\
{}^{13}\mathrm{C} + {}^{1}\mathrm{H} &\longrightarrow {}^{14}\mathrm{N} + \gamma \\
{}^{14}\mathrm{N} + {}^{1}\mathrm{H} &\longrightarrow {}^{15}\mathrm{O} + \gamma \\
{}^{15}\mathrm{O} &\longrightarrow {}^{15}\mathrm{N} + \mathrm{e}^+ + \nu_\mathrm{e} \\
{}^{15}\mathrm{N} + {}^{1}\mathrm{H} &\longrightarrow {}^{12}\mathrm{C} + {}^{4}\mathrm{He}
\end{aligned} \tag{27}
$$

と表わされる．図示すると図2.7のようになる．^{12}C は触媒の役割を果たしているだけで，ネットには4個の陽子からヘリウム原子核1個がつくられていることがわかる．^{13}N と ^{15}O の崩壊で発生するニュートリノの平均エネルギーはそれぞれ 0.71 MeV と 1.00 MeV なので，ネットのエネルギー源として 25.02 MeV の寄与をなす．最も遅い反応は ^{14}N の陽子捕獲反応なので，サイクルの進行はこの反応で決まる．したがってCNOサイクルの起こっている物質中ではC, N, Oの核種の中で ^{14}N の存在比が圧倒的に多くなっている．

温度が少し高いと，最後の反応から

$$
\begin{aligned}
{}^{15}\mathrm{N} + {}^{1}\mathrm{H} &\longrightarrow {}^{16}\mathrm{O} + \gamma \\
{}^{16}\mathrm{O} + {}^{1}\mathrm{H} &\longrightarrow {}^{17}\mathrm{F} + \gamma \\
{}^{17}\mathrm{F} &\longrightarrow {}^{17}\mathrm{O} + \mathrm{e}^+ + \nu_\mathrm{e} \\
{}^{17}\mathrm{O} + {}^{1}\mathrm{H} &\longrightarrow {}^{14}\mathrm{N} + {}^{4}\mathrm{He}
\end{aligned} \tag{28}
$$

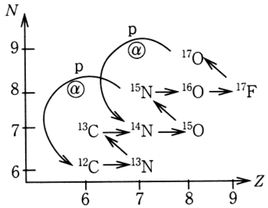


図 2.7 CNOサイクルの進行図

の分岐が起こり得る．この分岐比は 10^{-4} の程度でしかないが，もともと存在していた ^{16}O が ^{14}N をつくることにより，エネルギー生成率を高める効果をおよぼす．^{17}F の崩壊によるニュートリノの平均エネルギーは 1.00 MeV である．

d） ヘリウム燃焼

水素燃焼が進むと水素が枯渇していくので，次の核燃料はヘリウムになる．A＝5 の安定な原子核が存在しないため，結局ヘリウム同士の反応で次の段階に進むことになる．しかし，A＝8 の安定な原子核も存在しないため，結局，ヘリウムの三体反応で ^{12}C がつくられることになる．^{4}He 原子核は α 粒子とも呼ばれるので，これは 3α 反応と呼ばれる．ヘリウム燃焼には $T_7=10$ 程度のかなり高温でかつ高密度の状態が必要となる．3α 反応は

$$\begin{aligned} {}^{4}\mathrm{He} + {}^{4}\mathrm{He} &\longrightarrow {}^{8}\mathrm{Be} \\ {}^{8}\mathrm{Be} + {}^{4}\mathrm{He} &\longrightarrow {}^{12}\mathrm{C}^{*} \\ {}^{12}\mathrm{C}^{*} &\longrightarrow {}^{12}\mathrm{C} + \gamma \end{aligned} \tag{29}$$

と書かれる．図 2.8 に示されるように，^{8}Be は不安定な原子核なので，第一の反応は 92 keV の吸熱反応である．したがって，すぐに逆反応によって二つの ^{4}He に崩壊する．星の内部の状態では，化学平衡が成立し，Saha の式（問題 10 参照）により，

$$n_{\mathrm{Be}} = n_{\mathrm{He}}{}^{2}\left(\frac{2\pi\hbar^{2} m_{\mathrm{Be}}}{m_{\mathrm{He}}{}^{2} kT}\right)^{3/2} \exp\left(\frac{I}{kT}\right) = 1.87\times10^{-33} n_{\mathrm{He}}{}^{2} T_8{}^{-3/2} \exp\left(\frac{-10.7}{T_8}\right) \tag{30}$$

となる．ここで $I=-92\,\mathrm{keV}$，$T_8=T/10^{8}\,\mathrm{K}$ である．典型的な数値をいれればわかるが，ごくわずかの ^{8}Be が存在するのみである．

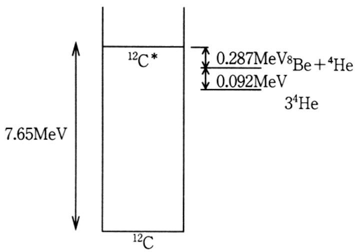


図 2.8 3α 反応に関わるエネルギー準位の概念図

この ^{8}Be と ^{4}He が反応して ^{12}C ができる反応は ^{12}C の励起状態 ^{12}C* への共鳴反応を通じてすすむ．この準位は ^{8}Be より 287 keV だけ高いのでやはり吸熱反応である．しかも，^{8}Be+^{4}He に分解する崩壊幅は，基底状態への崩壊幅よりはるかに大きいので，^{12}C* の存在量も，Saha の式により

$$n_{C^*}=n_{He}n_{Be}\left(\frac{2\pi\hbar^2 m_C}{m_{He}m_{Be}kT}\right)^{3/2}\exp\left(\frac{I}{kT}\right)=1.21\times10^{-33}n_{He}n_{Be}T_8^{-3/2}\exp\left(\frac{-33.3}{T_8}\right) \tag{31}$$

となり，非常にわずかである．ここで $I=-287$ keV である．この存在量に基底状態への崩壊率 $4\times10^{12}\,\mathrm{s}^{-1}$ をかけて ^{12}C の生成率が求められる．一反応あたりのエネルギー生成は $Q=7.27$ MeV である．

^{12}C が形成された後には，ヘリウムも存在している状況では

$$\begin{aligned} {}^{12}\mathrm{C} + {}^{4}\mathrm{He} &\longrightarrow {}^{16}\mathrm{O} + \gamma \\ {}^{16}\mathrm{O} + {}^{4}\mathrm{He} &\longrightarrow {}^{20}\mathrm{Ne} + \gamma \end{aligned} \tag{32}$$

の反応が起こるが，^{16}O の共鳴状態は ^{12}C+^{4}He のエネルギーよりわずかに低い位置にあるためこの反応の断面積には大きな不定性がある．^{20}Ne には，有効な共鳴準位が存在しないのでヘリウム燃焼は基本的には C と O までで終わる．ヘリウム燃焼終了時の C と O の相対存在比は上の反応の断面積で決まっている．^{16}O が多く作られるときには，^{20}Ne や ^{24}Mg などもヘリウム反応でかなり作られることになる．C と O の相対存在比は，元素の起源やその後の星の進化にとって重要であり，反応断面積の研究が続けられている．

e) 重元素の熱核反応

温度が $T_7\approx60$ になると，炭素燃焼により重い元素の合成，

$$\begin{aligned} {}^{12}\mathrm{C} + {}^{12}\mathrm{C} &\longrightarrow {}^{23}\mathrm{Na} + {}^{1}\mathrm{H} \\ {}^{12}\mathrm{C} + {}^{12}\mathrm{C} &\longrightarrow {}^{20}\mathrm{Ne} + {}^{4}\mathrm{He} \end{aligned} \tag{33}$$

などがおこる．さらに高温になると酸素燃焼，

$$\begin{aligned} {}^{16}\mathrm{O} + {}^{16}\mathrm{O} &\longrightarrow {}^{32}\mathrm{S} + \gamma \\ {}^{16}\mathrm{O} + {}^{16}\mathrm{O} &\longrightarrow {}^{31}\mathrm{S} + \mathrm{n} \\ {}^{16}\mathrm{O} + {}^{16}\mathrm{O} &\longrightarrow {}^{31}\mathrm{P} + {}^{1}\mathrm{H} \\ {}^{16}\mathrm{O} + {}^{16}\mathrm{O} &\longrightarrow {}^{28}\mathrm{Si} + {}^{4}\mathrm{He} \end{aligned} \tag{34}$$

および，ネオンの α 粒子捕獲反応

$$^{20}\mathrm{Ne} + {}^{4}\mathrm{He} \longrightarrow {}^{24}\mathrm{Mg} + \gamma \tag{35}$$

が起こる．

さらに高温になって $T_7>300$ になると，^{24}Mg，^{28}Si，^{32}S の間の反応が進むよりはやく，光分解反応により，

$$^{28}\mathrm{Si} + \gamma \longrightarrow {}^{24}\mathrm{Mg} + {}^{4}\mathrm{He} \tag{36}$$

などが起こり，発生した α 粒子の捕獲反応で，光子を放出しながら $^{28}\mathrm{Si} \to {}^{32}\mathrm{S} \to {}^{36}\mathrm{Ar} \to {}^{40}\mathrm{Ca} \to {}^{44}\mathrm{Ti} \to {}^{48}\mathrm{Cr} \to {}^{52}\mathrm{Fe} \to {}^{56}\mathrm{Ni}$ と進む．α 捕獲以外に，光分解での陽子や中性子放出とその逆反応，電子捕獲なども起こり，次第に一核子あたりの質量欠損が最も大きい ^{56}Fe を中心とした統計平衡分布に近づいていく．鉄が形成されるとこれ以上核融合によってエネルギー生成を起こすことはできず，星のエネルギー源は尽きてしまうことになる．

次章で示すように，全ての星で鉄の形成に至るわけではない．星の中心部の温度や密度は，電子縮退の効果およびニュートリノ損失による冷却の効果によって，制限されるからである．

f) ニュートリノ損失

炭素燃焼段階以後では，ニュートリノによるエネルギー損失が無視できなくなる．発生したニュートリノは，断面積が小さいため，ほとんどがそのまま星の外部に放出されるため，直接的な冷却過程として働くのである．主な反応として，

光ニュートリノ過程　$\gamma + e^- \to e^- + \nu_e + \bar{\nu}_e$ (37)

電子対ニュートリノ過程　$\gamma \leftrightarrow e^+ + e^- \to \nu_e + \bar{\nu}_e$ (38)

プラズマニュートリノ過程　プラズモン $\leftrightarrow e^+ + e^- \to \nu_e + \bar{\nu}_e$ (39)

ニュートリノ制動輻射　e^- + 原子核 $\to e^- + \nu_e + \bar{\nu}_e$ (40)

などがあるが，いずれも大きな温度依存性を持つのが特徴である．

2.5 まとめ

この章では球対称の星の構造について述べたが，関連事項に寄り道したところも多かったので，核心を見失わないように補足も含めて全体をまとめておく．球対称の星の構造は，質量保存，力学平衡，エネルギー輸送，エネルギー保存の 4 つの式を解いて定まる．質量保存の式は

$$\frac{dM_r}{dr}=4\pi r^2\rho \tag{1}$$

であるが，多くの場合，質量を与えて星の構造を求めることになるので，M_r を独立変数として

$$\frac{dr}{dM_r}=\frac{1}{4\pi r^2\rho} \tag{2}$$

と書いておく．

力学平衡の式は

$$\frac{1}{\rho}\frac{dp}{dr}=-\frac{GM_r}{r^2} \tag{3}$$

だが，同様に

$$\frac{dp}{dM_r}=-\frac{GM_r}{4\pi r^4} \tag{4}$$

と書く．

エネルギー輸送の式は輻射平衡の場合

$$L_r=-4\pi r^2\left(\frac{4acT^3}{3\kappa\rho}\right)\frac{dT}{dr} \tag{5}$$

であるが，同様に

$$\frac{dT}{dM_r}=-\frac{1}{4\pi r^2\rho}\left(\frac{3\kappa\rho}{4acT^3}\right)\frac{L_r}{4\pi r^2} \tag{6}$$

とかく．対流平衡の場合は

$$\frac{dT}{dM_r}=\left.\frac{d\ln T}{d\ln p}\right|_{\mathrm{ad}}\frac{T}{p}\frac{dp}{dM_r} \tag{7}$$

で与えられる．

エネルギー保存の式はここまで議論してこなかったが，単位質量要素にたいするエネルギー保存則

$$\left[\frac{\partial u}{\partial t}+p\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{1}{\rho}\right)\right]_{M_r}=\epsilon_{\mathrm{n}}-\epsilon_\nu-\frac{dL_r}{dM_r} \tag{8}$$

が基礎となる．ここで，u は単位質量あたりの内部エネルギー，ϵ_{n} は熱核反応によるエネルギー生成率，ϵ_ν はニュートリノによるエネルギー損失率である．

$$\epsilon_{\mathrm{g}}=-\left[\frac{\partial u}{\partial t}+p\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{1}{\rho}\right)\right]_{M_r} \tag{9}$$

と定義して，エネルギー保存の式を

$$\frac{dL_r}{dM_r}=\epsilon_{\rm n}-\epsilon_\nu+\epsilon_{\rm g} \tag{10}$$

と書くことにする．$\epsilon_{\rm g}$ はエントロピー変化に伴う内部エネルギーの変化率に負符号をつけたものであり，星の構造の変化に伴って現れる項である．重力エネルギー解放率と呼ばれることもあるが，後にみるように，星全体でみれば重力エネルギーの解放率から内部エネルギーの増加率を差し引いたものである．この項は星の構造の変化が無視できる場合はもちろん無視できるが，星の進化の問題を考えるときには星の構造が変化するので，一般には無視できない．

このようにして，式 (2)，(4)，(6) または (7)，および (10) の 4 つを解けばよいことになる．独立変数を M_r として，r，p，T，L_r を求めることになる．境界条件としては中心 $M_r=0$ で $r=0$, $L_r=0$ ととる．表面 $M_r=M$ での境界条件は少し複雑で，光球と呼ばれる表面を定義して，温度や圧力が適切な有限値をとるように決めなければならないが，大気構造の詳細を無視するならば $p=0$，$T=0$ ととれば十分である．ρ は状態方程式を介して求められる．進化にともなう化学組成の変化は熱核反応率と対流による混合で決まる．

補足として，星全体としてのエネルギー保存についてふれておこう．式 (10) を積分すると，星全体としてのエネルギー保存則

$$L=L_{\rm n}-L_\nu+L_{\rm g} \tag{11}$$

が得られる．ここで

$$L_{\rm g}=\int\epsilon_{\rm g}dM_r=-\int\left[\frac{\partial u}{\partial t}+p\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{1}{\rho}\right)\right]_{M_r}dM_r \tag{12}$$

である．右辺第一項は，星全体の内部エネルギー変化率に負号をつけたもので，$-dU/dt$ になる．第二項の意味をみるために，力学平衡の式(4)の両辺に $4\pi r^2\partial r/\partial t$ をかけて

$$\frac{\partial}{\partial M_r}\left(p4\pi r^2\frac{\partial r}{\partial t}\right)-p\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{1}{\rho}\right)=\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{GM_r}{r}\right) \tag{13}$$

と変形する．これを dM_r で積分し，星の表面で $p=0$ となることを使うと第二項は星全体の重力エネルギーの解放率 $-d\Omega/dt$ となることがわかる．結局，エネルギー保存則は

$$L=L_{\rm n}-L_\nu-\frac{d}{dt}(U+\Omega) \tag{14}$$

と，より直観的にわかりやすい形に書け，$L_{\rm g}$ は星の全エネルギーの減少率に他な

らないことがわかる．進化に伴って星の全エネルギーは減少するので，$L_g>0$ であり，星の全エントロピーは一般に減少していくことがわかる．

◆問　題

1． ポリトロープ球に対し重力エネルギー，内部エネルギーを求めよ．ポリトロープ指数 N と比熱比 γ は一般には独立な量であることに注意しておく．星の内部のエントロピー分布が断熱的である場合にのみ，$N=1/(\gamma-1)$ の関係がある．

2． $z<0$ の半無限領域にある物質が $z>0$ の真空領域に輻射を放出する場合の輻射輸送を考える．散乱は無視できるものとする．表面から $-z$ 方向にはかった光学的深さを

$$\tau_\nu=-\int_0^z \alpha_\nu dz \tag{1}$$

と定義すると（$z<0$ にたいして $\tau_\nu>0$），輻射輸送の方程式は

$$\cos\theta\frac{dI_\nu}{d\tau_\nu}=(I_\nu-B_\nu(T(\tau_\nu))) \tag{2}$$

となる．$\tau_\nu\to\infty$ では輻射は等方的で $I_\nu=B_\nu(T(\tau_\nu))$ となるが，表面付近では著しく非等方であり，外部から入射する輻射がないので $\tau_\nu=0$ では $\cos\theta<0$ にたいして $I_\nu=0$ となっている．正確にこの条件は満たさないが，輻射流束 F_ν，平均強度 J_ν を使って強度を

$$I_\nu=J_\nu+\frac{3}{4\pi}\cos\theta F_\nu \tag{3}$$

と近似して見よう．F_ν と J_ν にたいする方程式が

$$\frac{dF_\nu}{d\tau_\nu}=4\pi(J_\nu-B_\nu) \tag{4}$$

$$\frac{dJ_\nu}{d\tau_\nu}=\frac{3}{4\pi}F_\nu \tag{5}$$

となることを示せ．また，$z=0$ での境界条件を $F_-=0$ とすると，これは $F_\nu=2\pi J_\nu$ と書かれることを示せ．散乱が弾性的で等方の場合に，この方法を散乱も含むように拡張せよ．散乱が吸収に比べ大きい場合には，輻射が Planck 分布に近づくのは $[3\alpha_\nu\alpha_\nu^{\mathrm{sc}}]^{-1/2}$ 程度の深さであることを示せ．

3． 問題2を星の大気に応用してみる．星の大気では全輻射流束は一定なので

$$F=\int d\nu\int_{-1}^{1} I_\nu 2\pi\cos\theta\, d\cos\theta=\sigma_{\mathrm{SB}}T_{\mathrm{eff}}{}^4 \tag{6}$$

は z によらず一定である．散乱は無視でき，さらに吸収係数の振動数依存性も無視できるか，適切な平均値で置き換えられるものとする．すると，方程式は解けて

$$T^4=\frac{3}{4}T_{\rm eff}{}^4\left(\tau+\frac{2}{3}\right) \tag{7}$$

となることを示せ．これは灰色大気と呼ばれる構造であり，$\tau=2/3$ の深さで $T=T_{\rm eff}$ となっている．吸収係数の振動数依存性を考慮した大気モデルを非灰色大気，個々の輻射過程で源泉関数の温度が異なる（例えば電子温度と，各種原子の励起温度）ことを考慮した大気モデルを非局所熱平衡大気と呼んでいる．

4．平均分子量に勾配のある場合の対流不安定の条件

$$\left.\frac{d\ln T}{d\ln p}\right|_{\rm ad}+\frac{\varphi}{\delta}\frac{d\ln\mu}{d\ln p}<\left.\frac{d\ln T}{d\ln p}\right|_{\rm rad} \tag{8}$$

を導け．

5．混合距離理論を使って，大雑把に $\bar{v}$ の音速にたいする比を評価してみよ．数値として $L=4\times10^{33}\,{\rm erg\,s^{-1}}$，$r=5\times10^{10}\,{\rm cm}$，$T=2\times10^6\,{\rm K}$，$\rho=2\times10^{-11}\,{\rm g\,cm^{-3}}$ を使え．

6．Coulomb 障壁の透過確率を具体的に計算してみよ．例えば，$T_7=1$ での陽子陽子反応，$T_7=60$ での $^{12}C+^{12}C$ 反応など．

7．本文中で与えられた S 因子の値を用いて，p-pI 連鎖でのエネルギー発生率が

$$\epsilon_{\rm ppI}=5.3\times10^5\rho X^2T_7{}^{-2/3}\exp(-15.7\,T_7{}^{-1/3})\quad[{\rm erg\,g^{-1}\,s^{-1}}] \tag{9}$$

となることを示せ．ここで，X は水素の重量存在比である．連鎖が完了するためには最初の ^2H 生成反応が 2 回必要であることに注意せよ．

8．CNO サイクルの速さは最も遅い反応

$$^{14}{\rm N}+{}^1{\rm H}\longrightarrow{}^{15}{\rm O}+\gamma \tag{10}$$

で決まるが，この反応の S 因子は 3.3 keV･barn である．この値を使って CNO サイクルのエネルギー発生率が

$$\epsilon_{\rm CNO}=1.9\times10^{27}\rho XZT_7{}^{-2/3}\exp(-70.5\,T_7{}^{-1/3})\quad[{\rm erg\,g^{-1}\,s^{-1}}] \tag{11}$$

となることを示せ．ここで，X と Z は水素および CNO 元素の重量存在比である．

9．3α 反応でのエネルギー生成率が

$$\epsilon_{3\alpha}=3.6\times10^{11}\rho^2Y^3T_8{}^{-3}\exp(-42.9\,T_8{}^{-1})\quad[{\rm erg\,g^{-1}\,s^{-1}}] \tag{12}$$

となることを示せ．ここで，Y はヘリウムの重量存在比である．この反応では ^4He, ^8Be と $^{12}C^*$ が化学平衡状態にあるので，反応率は ^{12}C の基底状態への崩壊率で決まっていることに注意せよ．

10. 化学反応（原子核反応を含む）

$$\mathrm{A}+\mathrm{B}\leftrightarrow\mathrm{C}+\mathrm{D} \tag{13}$$

を考える．I を左辺から右辺へ反応が起こるときの1反応あたりのエネルギー放出量とする．例えば $A=H^+$, $B=e^-$, $C=H$, $D=\gamma$ ならば $I=13.6\,\mathrm{eV}$ である．この反応が平衡にあるときには，1粒子あたりの化学ポテンシャルを μ_i とすると

$$\mu_\mathrm{A}+\mu_\mathrm{B}+I=\mu_\mathrm{C}+\mu_\mathrm{D} \tag{14}$$

が成立している．$D=\gamma$ の場合を考えると，$\mu_\gamma=0$ であり，非縮退の場合には粒子数密度 n_i は

$$n_i=\frac{g_i}{(2\pi\hbar)^3}\int d^3p\exp\left(-\frac{p^2/2m_i-\mu_i}{kT}\right)=g_i\left(\frac{m_ikT}{2\pi\hbar^2}\right)^{3/2}\exp\left(\frac{\mu_i}{kT}\right) \tag{15}$$

と書かれること（g_i はスピン因子）を使って，Saha の式

$$\frac{n_\mathrm{A}n_\mathrm{B}}{n_\mathrm{C}}=\frac{g_\mathrm{A}g_\mathrm{B}}{g_\mathrm{C}}\left(\frac{kTm_\mathrm{A}m_\mathrm{B}}{2\pi\hbar^2m_\mathrm{C}}\right)^{3/2}\exp\left(\frac{-I}{kT}\right) \tag{16}$$

を導け．

3. 星の進化

3.1 原始星

星は星間雲の中で密度の濃い領域が重力崩壊することによって生まれる．星間雲については第5章で簡単にふれることとする．一般の星間雲は重力的に束縛されているわけではなく，熱的圧力，磁気圧，角運動量などによる膨張を外圧で閉じ込めている状態にある．その中で，何らかの原因で角運動量や磁場が十分小さくなった低温高密度の領域が，周囲から重力的に孤立して重力収縮を始めるのである．5章で与える重力収縮の条件から見て，最初に重力収縮を始める領域の質量は，形成される星の質量よりもかなり大きいと予想されるが，その形状は著しく非一様でもあるので，収縮過程で分裂を繰り返して，最終的には観測されるような質量の星が形成されるものと考えられる．以下では簡単のため重力収縮する領域は球対称としておくが，回転や非球対称性の効果は，例えば連星系の形成などを考えてもわかるように重要な問題となる．

圧力の無視できるガス球は自己重力によって収縮するが，中心部の圧力がある程度大きくなると収縮が止まり，中心から衝撃波が発生する．衝撃波は中心から外側に向かって伝播しながら，内向きの運動エネルギーを散逸し熱化し，衝撃波の通過した領域は力学平衡に達する．このような段階の星を原始星と呼ぶ．原始星の中心部で水素の核燃焼が始まるまでは，星のエネルギー源は重力エネルギーなので，原始星はゆっくりと収縮していくことになる．中心部の温度が十分高くなって水素核燃焼が始まると主系列の星となるのである．最近では電波天文学や赤外線天文学の発展により，原始星形成前後から主系列星の形成に至る過程が観測的にもかなり解明されてきている．

a) 重力崩壊

圧力の無視できる球の力学は重力のみで決定される．このような球の自由落下運動は，星の形成だけでなく宇宙論や銀河の問題にも現れるもので，宇宙物理学にとってきわめて基本的な事項である．内部の質量が M_r であるような動径座標を r とすると，この球の運動方程式は

$$\frac{d^2r}{dt^2}=-\frac{GM_r}{r^2} \tag{1}$$

と書ける．両辺に dr/dt をかけて積分することにより，エネルギー保存の式

$$\frac{1}{2}\left(\frac{dr}{dt}\right)^2-\frac{GM_r}{r}=E=\text{const.} \tag{2}$$

を得る．初期条件として，$t=0$ に $r=R$，$dr/dt=0$ とすると $E=-GM_r/R$ となる．ここで

$$r=R\cos^2\eta \tag{3}$$

と変数変換すると，式 (2) は解析的に解けて

$$t=\sqrt{\frac{R^3}{2GM_r}}\left(\eta+\frac{\sin 2\eta}{2}\right) \tag{4}$$

を得る．これで η をパラメータとして解が求まったことになる．$r=0$ になるまでに要する時間を自由落下時間 $t_{\rm ff}$ と呼ぶが，これは式 (4) で $\eta=\pi/2$ として

$$t_{\rm ff}=\frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{R^3}{2GM_r}}=\sqrt{\frac{3\pi}{32G\overline{\rho_0}}} \tag{5}$$

となる．ここで，$\overline{\rho_0}$ は半径 r 以内の初期の平均密度である．実際の星の形成過程からは，自由落下を始める密度が $10^{-17}\sim10^{-16}\,\text{g cm}^{-3}$ 程度と考えられているので，$t_{\rm ff}$ は 10^4 年程度となる．

重力崩壊の様子を太陽質量程度の原始星を例にとってみてみよう．初期の球の密度勾配は小さいと思われるが，一般に中心部のほうが密度が高いので重力崩壊は中心部のほうが速く進む．また，たとえ最初は一様であっても，わずかな圧力の効果によって外側は密度が薄くなり，崩壊が遅れる．この効果によっても中心部の方がより早く収縮していくことになる．圧縮によってガスの内部エネルギーは増加するが，初期には球は光学的に薄いので輻射によってエネルギーが失われ，結局ガスの温度は上昇せず収縮が進んでいく．しかし，密度が $10^{-13}\,\text{g cm}^{-3}$ 程度になると，中心部は光学的に厚くなり，それ以降は増加した内部エネルギーを逃すことができずに断熱的に圧力が上昇し，重力崩壊を止めることになる．数値計算

によると密度が $10^{-10}\,\mathrm{g\,cm^{-3}}$ 程度になったときに，中心部で衝撃波が発生し外側に伝播することによって，運動エネルギーが内部エネルギーに転化して力学的な平衡状態になっていくのである．重力エネルギーの解放により，中心部の温度は 10^5K を超えるほどになる．したがって，最初は水素分子であったものが，まず解離し，中心部では水素原子の電離も起こる．初期の球が一様に近ければ，衝撃波は 0.5～1 年程度の短時間で表面に達する．そして衝撃波が表面に達するとともに，表面温度が 10^3K 程度まで急激に上昇し，その光度は $10^3\,L_\odot$ にも達する．これをフレアーアップと呼ぶ．実際には，初期の密度分布にある程度勾配があり，外側の物質の落下時間が長くなるので，衝撃波の伝播時間も長くなり，フレアーアップの光度も $10\,L_\odot$ 程度になると予想される．

フレアーアップの時期の原始星は，中心星からの輻射が周りのガスやダストで吸収され赤外線で再放出されるため，明るい赤外線源として観測される．最近の観測によると，原始星は周りにガス円盤をもち，回転軸方向には双極分子流と呼ばれるジェットが吹き出ていることが示されている．これらの観測は，球対称を仮定した上の描像は原始星の中心部でのみ成立し，外層部では回転の影響が大きいことを示している．ガス円盤は角運動量を失って中心星に降積していくとともに，解放した重力エネルギーのかなりの部分を輻射とともに，双極分子流の運動エネルギーの形で放出しているのである．観測的には，原始星は 10^5 年程度の時間をかけて，外層部のガスを降積しながら進化していくと見なされており，原始星の光度は最初は小さいが，フレアーアップの時期に $10\,L_\odot$ 程度まで上昇する．フレアーアップの時期と前後して，周りの物質が中心星に降り積もってしまったり，吹き飛ばされたりして少なくなると中心星が直接観測されるようになる．これ以降が T-Tauri 星と呼ばれる段階になる．T-Tauri 星も周りにガス円盤をもっており，ガスを降積したり，散逸したりして進化する．観測的には，10^7 年程度たつとガス円盤は散逸してしまうことが示唆されている．T-Tauri 星のガス円盤は惑星系形成の舞台となるところであり，惑星系形成の理論と天文学的観測との対比がようやく具体的な課題となろうとしているのである．

原始星の中心部の温度は熱核反応を起こすよりははるかに低いので，エネルギー源は重力であり，星は引き続き準静的に収縮して，密度と温度を上昇させ，やがて中心部で水素の熱核融合反応が始まると主系列星となる．フレアーアップから主系列にいたる間，星はほとんどの時期を星の全ての領域で対流不安定になる

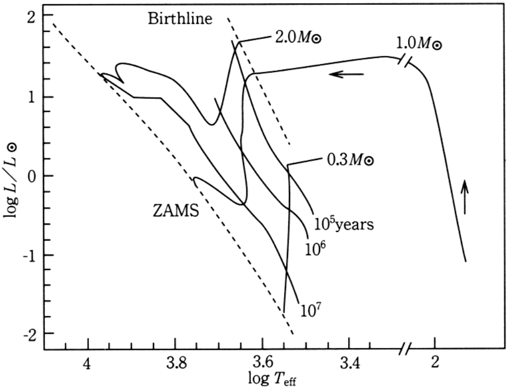


図 3.1 原始星の H-R 図

質量が 0.3, 1.0, 2.0 $M_\odot$ の場合の進化の経路が書かれている. フレアーアップの後, 表面温度一定の軌跡を描くがこれが Hayashi ラインである. Hayashi ラインに沿って光度があるところまで下がると, 中心に輻射平衡の領域ができて進化の経路は主系列星に向かっていく (R. Neuhäuser: *Science*, vol. 276, 1997).

ような構造をとって進化する. これを Hayashi フェイズという. すぐ後に説明するように, このとき表面温度はほぼ一定に保たれるので, 半径の減少とともに, 光度も減少する. この時期の長さは, 重力エネルギーを放出する時間で決定され太陽ではほぼ数百万年である. 時間の大部分は光度の低い時期にあるので, この時期の星は H-R 図で主系列星よりやや低温度, 高光度の領域に多く存在し, 観測的には T-Tauri 星で代表される. 図 3.1 に原始星の H-R 図の模式図を示しておく.

b) Hayashi フェイズ

重力収縮している原始星の内部では, 星の全領域で対流によってエネルギーが運ばれている. これは低温のガス中では輻射の吸収係数が大きいので, 輻射で運べる光度が小さくなるからである. 実際の星の構造は水素原子の電離領域を含み, また星の表面ではエネルギー輸送は輻射が担っているので, かなり複雑になるが, ここではこのような星のとりえる表面温度と光度の関係を定性的に導いておこう. 2.3 節で述べたように, 対流によりエネルギーが運ばれているときには, 実現される温度分布はほとんど断熱的なものになる. 対流領域の大きさは星のほとん

どの部分を占めるので，単原子ガスの状態方程式を用いると星は $N=1.5$ のポリトロープで記述されることになる．ここまでの範囲では光度は決められないことに注意しておこう．光度を決めるためには，別の考察が必要になる．以下に見るように，光度は表面の輻射領域によって決定されるのである．

$N=1.5$ のポリトロープにたいしては，

$$p=K\rho^{5/3}=\frac{\rho kT}{\mu m_{\mathrm{H}}} \tag{6}$$

$$K=\frac{p_c}{\rho_c{}^{5/3}}=\frac{(4\pi)^{2/3}}{2.5^{1/2}\varphi_{1.5}{}^{1/3}\xi_{1.5}}GM^{1/3}R \tag{7}$$

となる（2.1 節参照）．光球面までこの構造が成立しているとすると，光球面での温度を T_{eff}，圧力を p_{s} として

$$p_{\mathrm{s}}\propto\frac{T_{\mathrm{eff}}{}^{5/2}}{K^{3/2}}\propto T_{\mathrm{eff}}{}^{5/2}R^{-3/2}M^{-1/2} \tag{8}$$

という比例関係が得られる．

一方，星の光球面が表面からの光学的厚さが 2/3 になる深さに対応するとみなし，吸収係数を $\varkappa$，幾何学的な深さを Δr，光球面での密度を ρ_{s} とすると

$$\varkappa\rho_{\mathrm{s}}\Delta r=\frac{2}{3} \tag{9}$$

の関係が成立する．これと力学平衡の式から

$$p_{\mathrm{s}}=\frac{GM}{R^2}\frac{2}{3\varkappa} \tag{10}$$

をえる．星の表面付近での輻射の吸収係数が

$$\varkappa=\varkappa_0 p^a T^b \tag{11}$$

の形で近似されるとすると，これから

$$p_{\mathrm{s}}\propto M^{1/a+1}R^{-2/a+1}T_{\mathrm{eff}}{}^{-b/a+1} \tag{12}$$

の比例関係が得られる．

式（8）と（12）および $L=4\pi\sigma_{\mathrm{SB}}R^2T_{\mathrm{eff}}{}^4$ の関係を使って，

$$T_{\mathrm{eff}}\propto L^A M^B \tag{13}$$

$$A=\frac{0.75a-0.25}{b+5.5a+1.5} \tag{14}$$

$$B=\frac{0.5a+1.5}{b+5.5a+1.5} \tag{15}$$

の関係が得られる．低温の星の表面の吸収係数には，電離ポテンシャルの小さい

金属原子から電離された電子が，中性水素に付着して生成される H^- イオンの連続吸収が主な寄与をなし，$a=1$，$b=3$ と近似できるので，$A=0.05$，$B=0.2$ となる．A が非常に小さいことは，光度が大きく変化しても表面温度はほとんど変化しないことを意味する．太陽質量では，この温度は約 4000 K である．したがって，一定の質量の星は H-R 図上ではほとんど垂直の経路をたどることになる．これが Hayashi ラインと呼ばれるものである．

Hayashi ラインは T-Tauri 星の進化の道筋であり，星全体が対流平衡にある星の H-R 図上での軌跡であるというだけでなく，もっと物理的に深い意味も持っている．H-R 図上でこの線より右側すなわち低温側には力学平衡にある星は存在し得ないのである．これを Hayashi の禁止領域という．この線より左側は内部に輻射領域を持った星の構造に対応する．また，Hayashi ラインは原始星だけではなく赤色巨星など低温の対流平衡にある外層を持つ星一般に適用されるものである．

Hayashi の禁止領域の存在は定性的に以下のように理解される．星全体が対流平衡にあり，$N=1.5$ のポリトロープで記述される場合は，質量と光度を与えると上のようにして表面温度が定まり，H-R 図上で Hayashi ライン上の一点が定まる．Hayashi ラインの近くで，星の質量と光度を固定して，表面温度がわずかに異なる星の構造を考えてみよう．このような星は $N=1.5$ のポリトロープからずれた構造をとる．実際に実現される構造は星の中心部に輻射平衡の領域をもつ場合にのみ可能であり，そこではエントロピーは動径座標とともに増加していなければならない．したがって，この領域をポリトロープで近似したときには，ポリトロープ指数は $N>1.5$ となっている．このとき，以下で示すように H-R 図上では表面温度が増加するように変化するのである．逆に H-R 図上で表面温度が減少する場合には，星の内部に $N<1.5$ の領域，すなわちエントロピーが動径座標とともに減少する対流不安定な領域を含まねばならないことがわかる．このような構造は実際には実現されえないので，Hayashi の禁止領域が現われるのである．

さて，表面温度の変化によって星が全体としてどちらの方向に変化するかだけを見るために，星全体をポリトロープで近似してみよう．まず，星の表面の境界条件からは，$a=1$，$b=3$ ととり，光度一定の条件を使うと，$L=4\pi\sigma_{SB}R^2T_{eff}{}^4$ に注意して，式 (12) から

$$p_s=C_1M^{1/2}L^{-1/2}T_{eff}{}^{1/2} \tag{16}$$

を得る．C_1 は N にはよらない定数である．一方，ポリトロープ N の星の構造からは

$$p_{\rm s}=p_{\rm c}\left(\frac{T_{\rm eff}}{T_{\rm c}}\right)^{1+N}={T_{\rm eff}}^{7-N}\left(\frac{k}{\mu m_{\rm H}}\right)^{N+1}\left(\frac{1}{4\pi}\right)^{(N-1)/2}\left(\frac{1}{G}\right)^{N}\left(\frac{\varphi_N}{M}\right)^{N-1}\left(\frac{\sqrt{L}}{\xi_N\sqrt{\sigma_{\rm SB}(N+1)}}\right)^{N-3} \tag{17}$$

をえる．これから，N の変化にたいする $T_{\rm eff}$ の変化は

$$\left(\frac{13}{2}-N\right)d\ln T_{\rm eff}=\ln\left[\frac{\mu m_{\rm H}}{k}\frac{GMT_{\rm eff}}{\sqrt{L}}\frac{\xi_N\sqrt{4\pi(N+1)\sigma_{SB}}}{\varphi_N}\right]dN \tag{18}$$

となる．今問題にしている光度や温度にたいして右辺の対数項は正になるので，N の増加とともに，$T_{\rm eff}$ は増加することになるのである．

3.2 主系列星

重力収縮がさらに進み，中心部の温度が 10^7K を超えると水素の核燃焼が始まり，核エネルギー源が利用できるようになるので，重力収縮は止まり主系列の星となる．太陽の化学組成にたいしては，質量が $1.5M_\odot$ 以上の星は，中心温度が 2×10^7 以上になり主に CNO サイクルがはたらく．質量がそれ以下の星では p-p 連鎖が主な寄与をする．質量が $0.08M_\odot$ 以下の星は，中心温度が水素核燃焼が起こるほど十分高くならないうちに電子の縮退の効果が効いて収縮が止まる[1]．このような星は褐色矮星と呼ばれる．褐色矮星のエネルギー源は初期に持っている熱エネルギーであり，光度が小さいため比較的長い時間にわたって輝き続ける．

p-p 連鎖による水素燃焼では核反応によるエネルギー発生率の温度依存性がそれほど大きくないので，中心部での水素の燃焼は比較的拡がった領域で起こる．また，中心部は輻射でエネルギー輸送が行われている．進化がすすむと中心部にヘリウムがたまってくるが，ヘリウムの分布は一様ではなく，なだらかな分布になる．星の質量の 10% 程度がヘリウムに転化すると，中心部で水素核燃料がなくなるので次の段階へ移行することになる．

CNO サイクルでは，エネルギー発生率の温度依存性が大きいので核反応は中心部に集中して起こる．そのため，中心部では輻射でエネルギーを運ぶことがで

---

[1] 縮退の効果については 3.4 節の白色矮星のところを参照のこと．

きず，$2M_\odot$ 以上の星では，対流中心核が発生する．対流中心核が発生した場合には，その中で組成が一様になるのでヘリウムのたまり方も一様になる．そして対流中心核と水素燃焼を受けていない外層との間には組成が変化する領域が存在する．その性質が半対流の有無などに影響されることは以前に述べた．やはり中心部で水素がなくなると次の段階に移行する．

主系列星の光度はその質量によって決まっている．これを次元解析で近似的に示しておこう．質量保存と力学平衡の式から

$$M \sim \rho R^3 \tag{1}$$

$$\frac{p}{R} \sim \frac{GM\rho}{R^2} \tag{2}$$

と近似する．エネルギー輸送は，星の大部分では輻射平衡なので

$$L \sim \frac{acT^4 R}{\kappa\rho} \tag{3}$$

となる．エネルギー保存の式は，温度が水素燃焼を起こす程度になることから

$$T \sim 10^7\,\mathrm{K} \tag{4}$$

の関係を与える．

圧力としてガス圧が優勢な場合には

$$p \sim \frac{\rho kT}{m_\mathrm{H}} \tag{5}$$

なので，式 (2) より

$$\frac{kT}{m_\mathrm{H}} \sim \frac{GM}{R} \tag{6}$$

という関係が得られる．T はほぼ一定であるから，星の半径は質量に比例する．したがって，密度と圧力は質量の 2 乗に反比例することになる．すなわち，

$$R \propto M \tag{7}$$

$$\rho \propto M^{-2} \tag{8}$$

$$p \propto M^{-2} \tag{9}$$

という比例関係が得られる．すなわち，質量が大きな星ほど半径は大きいが，密度や圧力は逆に小さくなるのである．

主系列星の光度と質量の関係を求めるには吸収係数が必要となる．質量の小さな星では密度が大きいので，吸収係数としては散乱よりも自由・自由遷移などの吸収が優勢になる．このとき

$$\varkappa \propto \rho T^{-3.5} \tag{10}$$

なので,

$$L \propto M^5 \tag{11}$$

となる．したがって表面温度は

$$T_{\rm eff} \propto M^{3/4} \tag{12}$$

となる．

星の質量が大きいと密度が小さくなり，電子散乱が優勢になる．このときは吸収係数は一定とみなせるので

$$L \propto M^3 \tag{13}$$

$$T_{\rm eff} \propto M^{1/4} \tag{14}$$

と近似される．以上の取り扱いは大雑把であるが，正確な数値計算の結果の近似式として，$0.5 < M/M_\odot < 20$ の範囲で

$$L \propto M^{3.5} \tag{15}$$

がよく使われる．質量が大きいほど，光度や表面温度も大きくなるのである．

さらに大きな質量の主系列星にたいしては圧力として輻射圧が優勢になる．この場合，温度だけでなく圧力も質量に依らなくなるので，半径が質量の平方根に比例，密度は質量の平方根に反比例することになる．

$$R \propto M^{1/2} \tag{16}$$

$$\rho \propto M^{-1/2} \tag{17}$$

吸収係数には電子散乱が効くので

$$L \propto M \tag{18}$$

$$T_{\rm eff} = {\rm const} \tag{19}$$

となる．この場合の光度は Eddington 光度と呼ばれるもので，力学平衡と輻射輸送の式から

$$L_{\rm Edd} = \frac{4\pi cGM}{\varkappa_{\rm es}} \tag{20}$$

で与えられることがわかる．これは決められた質量に対して許される最大光度である．実際には大質量星でもガス圧の効果があり，実際の光度は Eddington 光度よりやや低い．

$100\,M_\odot$ を超える質量の星は観測されていないが，理論的に許される最大質量ははっきりしてはいない．輻射圧が余りに大きくなると，星は脈動不安定を起こ

しやすく質量放出をして，100 $M_\odot$ 以下に落ちつくものと考えられる．実際O型星やWolfe-Rayet星などの大質量星は大きな質量放出をしていることが観測されている．

主系列星の寿命は，q を水素燃焼を起こす質量の割合，水素原子1個あたりのエネルギー生成効率を $\epsilon \approx 7\times10^{-3}$ として

$$\tau = \frac{\epsilon q M c^2}{L} \tag{21}$$

で与えられる．Eddington光度で輝く大質量星の寿命は 10^7 年とほぼ一定になる．それより軽い星にたいしては

$$\tau = 10^{10}\left(\frac{M}{M_\odot}\right)^{-2.5} \quad \text{〔yrs〕} \tag{22}$$

程度である．したがって約 $0.8\,M_\odot$ より軽い星は宇宙年齢の間に主系列から進化することはない．図3.2には数値計算の結果得られる主系列星の寿命を示しておく．水素燃焼は核エネルギー源の8～9割をしめる上に，光度が比較的低いので，星はその一生の大部分の時間を主系列で過ごすことになる．

このように主系列星の性質は基本的には星の質量によって決定されている．質量の大きい星はH-R図上で光度が大きく表面温度が高い位置に存在し，低質量の星は光度が小さく，表面温度も低い位置に存在する．このようにして主系列星は中心部で水素が燃焼している星として理解される．図3.3には計算された主系列星のH-R図を示す．これはさまざまな質量の星のH-R図上での進化の軌跡を

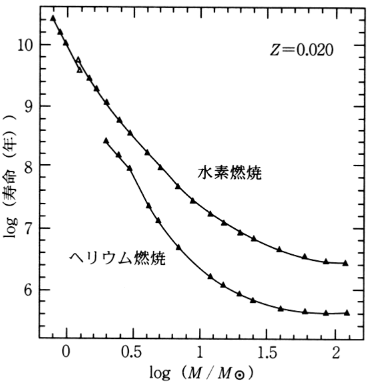


図 3.2 主系列星（水素燃焼段階）とヘリウム燃焼段階の星の寿命
(G. Schaller et al : *Astronomy and Astrophysics Supplement Series* vol. 96, 1992 を改変).

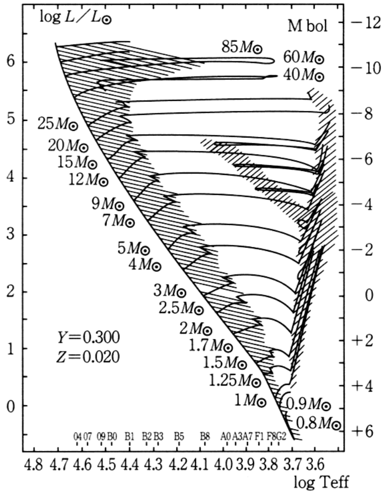


図 3.3　さまざまな質量の星の H-R 図上での進化の経路
斜線で覆われた部分は進化の速さが遅いため多くの星が観測される領域である．左上から右下に伸びている対角線領域が主系列星，右側の低温の領域が赤色巨星の分枝，5〜10 $M_{\odot}$ の星が図の中央領域に占めている分枝は中心でヘリウム燃焼が起こっている段階の星である（G. Schaller et al : *Astronomy and Astrophysics Supplement Series* vol. 96, 1992 を改変）．

表わしたものである．次節で述べるように，中心部で水素が燃え尽きた星は赤色巨星へと進化し主系列を離れる．主系列を離れる時間は大質量星ほど早いので，ほぼ同時期に生まれた星の集まりである星団の H-R 図上の主系列の形はその年齢によって異なる．そして，主系列の明るい方の端（転回点）に位置する星の年齢が星団の年齢を表わすことになる．図 3.4 にはさまざまな銀河星団の H-R 図を示す．この図は，さまざまな質量の星が一定の年齢のときにとる H-R 図上の位置をつないで得られる等時曲線を示したものである．銀河星団は円盤部にある若い星団であるが，ごく最近に生まれたものから，100 億年程度前に生まれたものまで，さまざまの年齢の星団があることがわかる．球状星団は最も古い世代の星団であり，主系列転回点の星の質量はほぼ 0.8〜0.9 $M_{\odot}$，その年齢は 1.3〜1.7×10^{10} 年とされている．この値は宇宙年齢の下限となる重要な値である．このような定量的な星の進化の理解のためには化学組成による違いが重要になる．例えば，ヘリウム量が異なれば当然燃料として使える水素の量も異なってくるので，進化

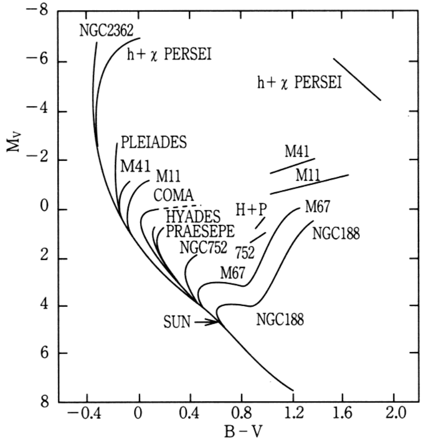


図 3.4 銀河星団の H-R 図
主系列星の転回点の位置により，星団の年齢が決められる（A. Sandage: *Astrophysical Journal*, vol. 125, 1957）.

も異なってくる．重元素量が異なれば，輻射の吸収係数も異なり，同じ光度でも表面温度が異なってくる．また星団までの距離の推定も大きな問題になるなど天文学的観測の不定性もあり，厳密な評価はなかなか困難なのである．

3.3 主系列以降の進化

コアでの水素燃焼が終わると，星は主系列を離れる．その後の進化は星の質量によってかなり異なるが，赤色巨星などの分枝を経由して，最終的には核燃料を消費し尽くした後には，白色矮星，中性子星あるいはブラックホールを残して一生を終える．ここではその道筋を簡単に追っておくことにする．

a) 赤色巨星

水素燃焼が終わった星は，中心部にヘリウムからなるコアを持ち，外層部は水素を主体とした組成を持っているので，化学組成の不連続が存在する．不連続面では水素の燃焼によってエネルギーを発生させ，外層を支えている．これを水素殻燃焼という．ヘリウムのコアは水素殻燃焼が進むにつれ大きくなっていく．このような非一様な組成をもつ星の構造は主系列星とは大きく異なる．そして，具体的な進化の様子は星の質量によってかなり異なる．

まず，ヘリウムコアで電子が縮退しているか否かでがその性質が分かれる．星の質量が $2M_\odot$ よりも小さい場合には，ヘリウムコアでは電子が縮退しており，ほぼ等温になっていてコアの光度はゼロと近似され，コアは水素殻燃焼とともにその質量を増加させていく．星の質量が $2M_\odot$ より大きい星では，ヘリウムコアで電子は縮退していないので，熱的な圧力で支えることになる．このとき，ほぼ等温であっても圧力勾配によってコアを支えることができればエネルギー源を必要としないが，等温では十分な圧力を与えられない場合には，温度勾配が存在しなければならない．このときには，同時にエネルギー輸送があるので，コアは重力収縮によって光度を生み出すことになる．等温コアの存在条件は以下の Schönberg-Chandrasekhar 限界で与えられ，水素殻燃焼の開始時には $M<5M_\odot$ の星は等温コアをもち，それ以上の質量の星はコアは重力収縮をしていることになっている．$2<M/M_\odot<5$ の星では，水素殻燃焼開始時には等温コアであるが，ヘリウムコアが成長して Schönberg-Chandrasekhar 限界を超えるとコアの重力収縮が始まることになる．

Schönberg-Chandrasekhar 限界は以下のように理解される．ヘリウムコアのみを取り出して，これを質量 M_c，半径 R_c の自己重力系と見なそう．ヘリウムコアでの平均分子量を μ_c とする．外層の影響は境界で一定の温度 T であり，外圧 p_e がかかっているとしてとりいれる．外圧を考慮したときのビリアル定理は

$$4\pi R_c{}^3 p_e - 3(\gamma-1)U = \Omega \tag{1}$$

であるが，等温のとき内部エネルギーは

$$U = \frac{3M_c kT}{2\mu_c m_H} \tag{2}$$

重力エネルギーは C を数因子として

$$\Omega = -C\frac{GM_c{}^2}{R_c} \tag{3}$$

と書ける．したがって，$\gamma=5/3$ として

$$p_e = \frac{3M_c kT}{4\pi\mu_c m_H R_c{}^3} - C\frac{GM_c{}^2}{4\pi R_c{}^4} \tag{4}$$

の関係が得られる．

式 (4) はコアの質量 M_c が与えられたときの，外圧 p_e とコアの半径 R_c との関係を与えている．M_c を一定にして R_c を変化させると，p_e は

$$R_{\rm cm}=\frac{4CG\mu_{\rm c}m_{\rm H}M_{\rm c}}{9kT} \tag{5}$$

で最大値

$$p_{\rm em}=\frac{1}{12\pi}\frac{1}{C^3G^3M_{\rm c}^2}\left(\frac{9kT}{4\mu_{\rm c}m_{\rm H}}\right)^4 \tag{6}$$

をとることがわかる．$p_{\rm em}$ は $M_{\rm c}$ の減少関数になっている．したがって，与えられた外圧にたいし，支えられるコアの質量には上限値が存在することになる．一方，水素燃焼殻の温度や密度は星全体の構造とも関係づけられ，外層の平均分子量を $\mu_{\rm e}$，星の全質量と半径を M と R として，$T\propto MR^{-1}\mu_{\rm e}$，$p_{\rm e}\propto M^2R^{-4}$ のように変化すると近似される[1]．したがって

$$p_{\rm e}\propto T^4M^{-2}\mu_{\rm e}^{-4} \tag{7}$$

の関係がある．この圧力にたいする等温コアの上限質量が Schönberg-Chandrasekhar 限界となるのである．これをコアの質量と全質量の比 $q_{\rm c}\equiv M_{\rm c}/M$ で表わすと数値的に

$$q_{\rm c}\leq 0.37\left(\frac{\mu_e}{\mu_c}\right)^2 \tag{8}$$

という条件が得られる．

水素の殻燃焼はほぼ一定の温度で起こるが，これはほぼ一定の半径 $r_{\rm H}$ の半径に対応すると考えてよい．したがって，殻燃焼開始時にコアの質量が Schönberg-Chandrasekhar 限界を超える $5M_\odot$ 以上の星では，コアは水素燃焼殻の半径をほぼ一定に保ちながら重力収縮する．すなわち，中心核での密度勾配が大きくなり水素燃焼殻での密度および圧力が減少していくことになる．殻では圧力は連続なので，外層部の密度も減少する，すなわち外層部は膨張するすることになるので，星は膨れて巨星に向かって進化していく．$2<M/M_\odot<5$ の星の進化も，コアの重力収縮が途中から始まることを除いては上の例と全く同じである．巨星への進化にともなって表面温度が下降し，表面対流層が著しく発達する．原始星の場合と同様にとりえる表面温度には下限があり，ある表面温度に達すると Hayashi ラインに沿って光度を上昇させていく．これが赤色巨星の分枝となる．赤色巨星にある時間は基本的にコアの重力収縮の時間で決まるので，10^{6-7} 年程度とかなり短く

[1] これは星の外層部を仮想的な単一の星と近似した場合に得られる中心温度と中心圧力にたいする関係である．したがって，これを殻の温度と圧力と見なすことは粗い近似であることに注意しておこう．

なる．

$M<2M_{\odot}$ の星ではヘリウムコアでは電子の縮退圧によって力学平衡が保たれるので進化の様子は異なってくる．殻での密度の変化は水素殻燃焼によるヘリウムコアの質量の増大で決まり，質量の増大につれコアの中心密度は増大する．一方，水素燃焼殻の半径はやや増加していくので，そこでの密度は減少する．このようにして，やはり星は赤色巨星に進化する．その進化の時間は殻燃焼の時間で決まるので，10^8 年程度とかなり長くなる．図 3.3 の H-R 図上では赤色巨星は右端の低温領域の星に対応している．

赤色巨星の段階の星は表面対流層が発達し，水素燃焼殻まで達すると，CNO 反応で生成されたヘリウムや相対的な存在比が宇宙組成から変化した炭素，窒素，酸素などを表面に運ぶ．星の表面での重力ポテンシャルは主系列に比べかなり浅くなっており，星からかなりの質量放出が起こっていることが知られている．星の内部で合成された元素がこうして，質量放出によって星間空間に供給されるのである．

b) ヘリウム燃焼段階の星

$M<2M_{\odot}$ の星では，コアが成長するにつれ，中心部の温度が上昇するが，温度が十分高くなるとヘリウム燃焼が始まる．力学的にはコアは電子縮退で支えられているので，核燃焼で発生したエネルギーは温度上昇に使われ，膨張を起こさない．すなわち，殻燃焼は不安定に進む．これをヘリウムフラッシュという．ヘリウムコアの電子縮退のエネルギーはそれほど大きくないので，ある程度核燃焼が進むと縮退が弱くなり，コアは膨張し，安定な燃焼になっていく．したがって，ヘリウムフラッシュは星全体へはほとんど影響を及ぼさない程度のものである．なお $0.5M_{\odot}$ 以下の質量の星では，中心温度がヘリウム燃焼を起こすのに十分なほど上昇せず，水素殻燃焼が消えた後にヘリウムの白色矮星となる．現実には $0.5M_{\odot}$ 以下の質量の星は主系列の寿命が宇宙年齢よりはるかに長いので，このような白色矮星は存在しないはずである．

質量が $2M_{\odot}$ より小さい星でヘリウム燃焼が起こるのはヘリウムコアの質量がある臨界（$0.46M_{\odot}$）に達したときであり，これは星の全質量にはほとんど依存しない．コアのみを取り出せばヘリウムの主系列星と考えてよい．光度はコアの質量によって決まるので，これもほぼ一定と見なせる．この段階では水素の殻燃

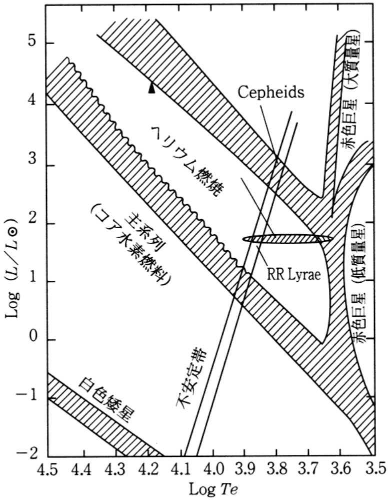


図 3.5 H-R 図上の星の分布
図 3.3 に示されたものに加えて，水平分枝と白色矮星が示されている．不安定帯は理論的に変光星が現れると期待される領域で，水平分枝では R-R Lyrae 型変光星，ヘリウム主系列では Cepheid 型変光星として観測されている（Icko Iben Jr.: *Astrophysical Journal Supplement* vol. 76, 1991）．

焼も同時に起こっているが，コアの膨張の結果，殻の密度は上昇し外層部は逆に収縮することになる．星の光度は両者の和になるが，一般に水素の殻燃焼の部分は小さいので，星の光度もほぼ一定になり，H-R 図上では図 3.5 に示される水平分枝の星となる．観測される水平分枝の星の表面温度を理論計算と比較すると水平分枝の星の全質量はおよそ $0.6\,M_\odot$ 程度であることがわかる．すなわち，赤色巨星の段階で外層部からかなりの質量放出があったことになる．

質量が $2\,M_\odot$ より大きい場合には，ヘリウム燃焼が赤色巨星の段階で起こると，少し半径が減少して表面温度が上昇する．質量がかなり大きい場合には，ヘリウム燃焼がどこで起こるかという問題はまだ一致した結論は得られていない．中心部での半対流の効果とともに，外層部の化学組成によっても結果が異なるようである．H-R 図上では質量の大きな星のヘリウム燃焼段階は図 3.5 上のヘリウムの主系列星に対応している．

c) その後の進化

ヘリウムコアでの核燃焼が終了し，炭素と酸素を主としたコアが形成されると，星はヘリウムの殻燃焼段階にはいる．このときには水素の殻燃焼も同時に起こっ

ているのが通例である．水素殻燃焼の段階の場合と同様にして，星の半径は増大し，低表面温度のラインに沿って進化することになる．この二重殻燃焼の時期は漸近分枝の星と呼ばれ，赤色巨星の分枝よりも少し明るいところに位置している．表面対流層の存在や，殻燃焼生成物の表面への輸送，質量放出などは赤色巨星の場合と同様に起こる．

初期の質量が約 $8\,M_\odot$ よりも小さい星ではヘリウム燃焼の結果できた C+O のコアでは電子が縮退している．ここで炭素の核燃焼が起こるかどうかが問題になる．もしここで核反応が生じると不安定であり，しかも縮退の度合が大きいので，ヘリウムフラッシュの場合と異なり，星全体を吹き飛ばすだけの暴走的な核反応が起こることになる．これはある種の超新星爆発に対応している可能性もあるが，多くの研究の結果では，このような星では炭素の暴走的核反応は起こらないとされている．最大の理由は質量放出とニュートリノ損失の効果によってヘリウムコアの温度が臨界値まで上昇しないことにある．この範囲の星は，赤色巨星および漸近分枝の段階での質量放出の結果，結局 $1.4\,M_\odot$ 以下，大部分はその半分以下の質量しか残らず，最後は白色矮星となる．白色矮星になった直後では，表面温度が非常に高く，質量放出された星周物質が，中心星からの紫外線で電離され，輝線を出す星雲となっている．これを惑星状星雲という．

質量が約 $8\,M_\odot$ より大きな星はヘリウム燃焼の結果できた C+O コアは縮退しておらず，収縮して温度が上がると炭素燃焼が起こる．さらに酸素やネオンの燃焼，珪素の燃焼を通じて最後には鉄のコアが形成される．鉄は最も束縛エネルギーの大きな元素なので，これ以上の核エネルギーは発生しない．収縮がすすみ，温度が上昇すると鉄は光分解によってヘリウムや陽子，中性子となるがこの反応は吸熱反応なので，圧力が減少し，中心核は急激に崩壊する．これが超新星爆発となるがこれについては後に述べる．このときには中性子星が残されると考えられている．

なお質量が $8-12\,M_\odot$ の星については，O-Ne-Mg コアができた段階で，電子捕獲反応によって急速に圧力が減少し，コアが崩壊して超新星爆発を起こす可能性が大きい．また，質量がおよそ $30\,M_\odot$ より大きな星では，鉄のコアの質量が大きすぎて中性子星になることができず，ブラックホールになるとされている．これらの限界質量は対流，質量放出，ニュートリノ損失など，赤色巨星以降で重要になる星の進化の素過程の取扱いに強く依存しており，まだかなりの不定性がある

のが実状である．

以上に述べたように星の進化は基本的には星の初期質量によって決まっている．これを表にまとめておこう．

初期質量（$M_\odot$ 単位）	水素燃焼	ヘリウム燃焼	炭素燃焼	最終段階
$M<0.08$	×	×	×	褐色矮星
$0.08<M<0.5$	○	×	×	He 白色矮星
$0.5<M<8$	○	○	×	C+O 白色矮星
$8<M<\sim30$	○	○	○	中性子星
$\sim30<M$	○	○	○	ブラックホール

それぞれの段階の熱核反応が起こるかどうかは基本的には中心温度で規定されており，星の中心が実際にその温度まで到達できるかどうかは電子縮退の効き方で支配されている．星の圧力が熱的なものである限り，星の中心密度と中心圧力は増大していくが，電子の縮退圧が熱的圧力を凌駕するようになると星はエネルギー源なしに力学平衡を保てるので，それ以上収縮をしなくなるのである．その後星は内部エネルギーを放出して温度が降下し，白色矮星へと進化していくことになる．星の質量が大きいほど同じ中心密度にたいし，中心密度が低いので電子縮退の効果が効きにくく，より高い核燃焼まで進むことになる．図 3.6 はこのことを図示したもので，中心密度と中心温度の面上での星の進化の軌跡を示してい

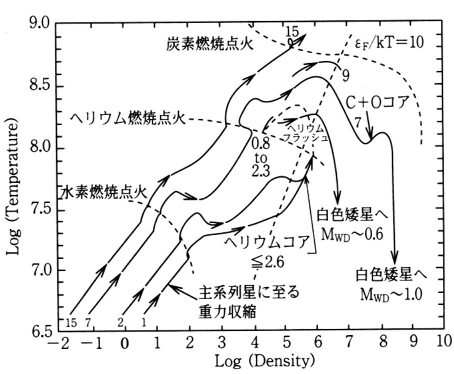


図 3.6 星の中心密度と中心温度の進化

質量が 1，2，7，15 $M_\odot$ の場合の経路が描かれている．波線は水素燃焼，ヘリウム燃焼，炭素燃焼が開始する温度密度を示している．点線の右側の高密度領域では電子の縮退圧が支配的になっている（Icko Iben Jr.: *Astrophysical Journal Supplement*, vol. 76, 1991）．

る．上で述べたように，星の進化は質量放出によって影響を受けるが，これは質量放出の結果として中心温度と中心密度が変化するからである．赤色巨星以降の段階では質量放出によって失われる質量は星の初期質量の大部分を占める場合が多い．特に，近接連星系をなしている場合には質量放出は強められるが，主星から放出された物質の一部は伴星に降積して伴星の質量を増加させることにもなる．これによって連星系では単独星とは異なるさまざまの興味ある現象が起こることになる．

この節で述べた星の進化の理論は観測と対比され，その検証が行われる．観測との対比はまず星団の H-R 図との比較である．球状星団は年齢が古く，重元素量も少ない．その年齢を決定することは宇宙の年齢の下限値を与える上で重要である．また，RRLyrae 星など水平分枝の星を使って星団までの距離を決定する試みもある．銀河星団はより若いがその年齢の決定やさまざまの性質との関係を調べることで，銀河の進化を調べることができる．若い銀河星団は Cepheid 型変光星を含むが，これは光度と周期との関係を使って距離の決定に威力を発揮する．若い星団の H-R 図から例えば主系列にある星の数と赤色巨星の数を比較することにより，その進化を探ることは理論的には困難な大質量星の進化に観測的に制限をつける上で重要である．このように現在では，星の進化の計算と星団の観測との詳細な比較を通じて星の物理の検証が行われているが，質量放出の程度，対流の効果などをめぐってはいまだ最終的な結論はえられてはいない．

星の進化の理論はもう一つ元素の進化という観点で観測と対比される．本節でも述べたように，星は質量放出によって内部で合成されたヘリウムや重元素を外部に放出する．さらに，星の進化の最終段階の超新星爆発によってより重い元素を放出する．このような過程を通じて宇宙の物質の化学組成が変化していく．これを銀河の化学進化と呼び，5 章でふれることにする．

3.4　白色矮星

星の進化の結果，初期の質量が $8\,M_\odot$ よりも小さい星は最後に白色矮星を残す．理論的には初期の質量が $0.5\,M_\odot$ よりも小さい星はヘリウムからなる白色矮星を残すが，このような星の主系列の寿命は宇宙年齢よりはるかに長いので，現実には存在しないはずである．したがって大部分の白色矮星は C+O からなるもので

あるが，初期質量の大きい星の一部はO+Ne+Mgからなる白色矮星を残すと考えられている．また，連星系中では単独星の場合よりもはるかに大きな質量放出が起こりえるので，初期質量の大きな星からヘリウムの白色矮星が形成される可能性がある．

白色矮星は電子の縮退圧で支えられた星であり，温度がゼロでも安定に存在できる．実際に存在する白色矮星は有限の温度を持っており，初期には10万度を超えるほどの表面温度を示すためこの名前で呼ばれる．白色矮星の冷却にはかなりの時間を要するので，宇宙年齢程度経過しても太陽近傍のものは観測可能である．そのため白色矮星の温度光度分布は銀河の星形成史や銀河円盤の年齢にたいし貴重な情報を提供する．また，連星系中の白色矮星は相手の星から質量降積を受け，さまざまな活動性を示すがこれらは激変星と総称される．白色矮星表面での爆発的核反応による新星，質量降積の時間変動による矮新星，磁化白色矮星への質量降積に伴うX線放射などがある．また，超新星爆発のうちIa型と呼ばれるものは降積の結果，白色矮星の内部で炭素の爆発的核燃焼が生じたものであり，爆発のエネルギーや光度曲線などの性質がほぼ一定であると期待されるため，宇宙論における距離決定のための標準光源としての役割が注目されている．このように白色矮星は星の進化の単なる残骸というわけではなく，宇宙物理学の先端の話題に深くかかわっている天体なのである．本節では白色矮星の基本的性質について述べるが，最も重要なことは，白色矮星にはChandrasekhar質量と呼ばれる上限質量が存在することである．

化学組成が一様で温度がゼロの白色矮星の構造を調べよう．統計力学で知られているように電子の位相空間密度は，Fermi運動量を p_F として，

$$f=\begin{cases}1, & \text{for } p<p_F \\ 0, & \text{for } p>p_F\end{cases} \tag{1}$$

となるので，スピンの自由度2をかけて，数密度は

$$n_e=\frac{2}{h^3}\int_0^{p_F}4\pi p^2dp=\frac{1}{3\pi^2}\lambda\!\!\!^{-}{}^{-3}x^3 \tag{2}$$

となる．ここで

$$\lambda\!\!\!^{-}=\frac{\hbar}{m_e c} \tag{3}$$

は電子のCompton波長，x は

$$x=\frac{p_{\mathrm{F}}}{m_{\mathrm{e}}c} \tag{4}$$

と規格化した Fermi 運動量である．逆にとくと

$$p_F=(3\pi^2)^{1/3}\hbar n_{\mathrm{e}}^{1/3} \tag{5}$$

と表わされ，Fermi 運動量は数密度のみによって決まることがわかる．また，Compton 波長で決まる体積内に一個以上の電子が詰め込まれると電子のエネルギーは相対論的になることがわかる．

圧力は

$$P=\frac{2}{3h^3}\int_0^{p_{\mathrm{F}}} 4\pi p^3 v dp=Kf(x) \tag{6}$$

$$K=\frac{m_{\mathrm{e}}c^2}{24\pi^2\bar{\lambda}^3} \tag{7}$$

$$f(x)=x(2x^2-3)(x^2+1)^{1/2}+3\sinh^{-1}x \tag{8}$$

となる．エネルギー密度は

$$E=\frac{2}{h^3}\int_0^{p_{\mathrm{F}}} 4\pi p^2 \epsilon dp=Kg(x) \tag{9}$$

$$g(x)=8x^3[(x^2+1)^{1/2}-1]-f(x) \tag{10}$$

となる．

非相対論的な極限（$x\ll 1$）では

$$f(x)=\frac{8}{5}x^5 \tag{11}$$

$$g(x)=\frac{12}{5}x^5 \tag{12}$$

となるので，

$$P=\frac{2}{3}E=\frac{1}{5}(3\pi^2)^{2/3}\frac{\hbar^2}{m_{\mathrm{e}}}n_{\mathrm{e}}^{5/3} \tag{13}$$

をえる．超相対論的な場合（$x\gg 1$）には

$$f(x)=2x^4 \tag{14}$$

$$g(x)=6x^4 \tag{15}$$

となるので，

$$P=\frac{1}{3}E=\frac{1}{4}(3\pi^2)^{1/3}\hbar c n_{\mathrm{e}}^{4/3} \tag{16}$$

をえる．

両者を分ける境界の密度を $x=1$ と見なすと，対応する密度は

$$\rho_{cr}=\mu_e n_e m_p=\frac{m_p}{3\pi^2 \lambda^3}=0.97\times 10^6 \mu_e \quad [\mathrm{g\ cm^{-3}}] \tag{17}$$

となる．式 (13) からわかるように，$\rho<\rho_{cr}$ の非相対論的な場合には白色矮星はポリトロープ $N=3/2$ の構造をとることがわかる．数値を代入して

$$M=2.73\mu_e^{-2}\left(\frac{\rho_c}{\rho_{cr}}\right)^{1/2} \quad [M_\odot] \tag{18}$$

$$R=2.6\times 10^9 \mu_e^{-1}\left(\frac{\rho_c}{\rho_{cr}}\right)^{-1/6} \quad [\mathrm{cm}] \tag{19}$$

をえる．質量が増加すると，中心密度は増大するが半径は逆に減少することがわかる．また，ヘリウムや炭素，酸素など典型的な白色矮星の組成では $\mu_e=2$ であることにも注意しておこう．

密度が臨界密度を超えると相対論的になる．この場合は，式 (16) からわかるように白色矮星の構造は $N=3$ のポリトロープに対応する．数値を代入すると

$$M=5.83\mu_e^{-2} \quad [M_\odot] \tag{20}$$

$$R=5.3\times 10^9 \mu_e^{-1}\left(\frac{\rho_c}{\rho_{cr}}\right)^{-1/3} \quad [\mathrm{cm}] \tag{21}$$

となって，星の質量は中心密度によらず一定になる．これを Chandrasekhar 質量と呼ぶ．$\mu_e=2$ にたいしては $1.46\,M_\odot$ となる．式 (20) では中心密度が無限大になると，星の半径はゼロになるが，実際には密度の上昇とともに電子捕獲により陽子が中性子に転化していくので電子の数密度の上昇が押さえられ物質は次第に中性子優勢になっていく．中性子を主成分とする星は中性子星と呼ばれるがこれについては章を改めて述べる．現実に存在する白色矮星は $0.6\,M_\odot$ 程度のものが多いが，Chandrasekhar 質量に近いものも存在している．Chandrasekhar 質量を超えるような星は電子の縮退圧では重力に抗して星を支えることができないので，重力崩壊を起こし，中性子星やブラックホールを形成することになる．

白色矮星は多数存在しており，観測的にもさまざまの形で姿を見せる．実際の白色矮星は温度がゼロではなく，生まれたばかりのときには表面温度が 10 万度を超える程度に高温である．中心温度はさらに高い．時間がたつとともに冷却していくが，その冷却時間はかなり長く宇宙年齢程度たっても太陽光度の 10^{-4} 程度の光度を有している．そのため，白色矮星の光度関数は過去の星形成の歴史を直接に反映しており，われわれの銀河の進化を探る上で重要なものになる．

多くの星が連星系をなしているように，白色矮星の多くも連星系中に存在している．特に近接連星では，伴星から放出されたガスが白色矮星に降積することによってさまざまの活動現象が起こる．それらを総称して激変星と呼んでいる．白色矮星の表面の重力ポテンシャルはおよそ $10^{17}\,\mathrm{erg\,g^{-1}}$ にも達するが，これは水素原子1個あたり 100 keV に相当する．白色矮星の一部は 10^6G を超えるような強い磁場をもっているものもあり，この場合，降積プラズマは白色矮星の磁極付近に導かれ，衝撃波を介して加熱され X 線を放出することになる．白色矮星の磁場が弱い場合には，白色矮星のまわりに降積円盤が形成されるが，降積円盤は光学的に厚くなり，より低温の黒体放射を放出する．これは観測的には矮新星と呼ばれる現象に対応し，降積円盤の不安定性に起因して，降積は定常ではなく間欠的に起こることになる．降積率の範囲は $10^{-10}M_\odot\,\mathrm{yr}^{-1}$ から $10^{-8}M_\odot\,\mathrm{yr}^{-1}$ 程度のものが多い．

降積率が $10^{-8}M_\odot\,\mathrm{yr}^{-1}$ 程度になると，降積物質層内部の熱輸送が遅くなるため，降り積もった水素の層の底の温度が十分高くなり，核反応によるエネルギー生成も起こる．利用できるエネルギーは水素原子一個あたり 7 MeV あり，重力エネルギー解放よりはるかに大きい．多くの場合，核反応は定常的には起きず，温度がある臨界値を超えた場合に暴走的に起こる．これは表面付近の構造が平面的であり，圧力が物質層の厚みのみによって決まっているからである．このような爆発的核反応は新星に対応している．新星爆発では，それまでに降り積もった質量は吹き飛ばされるために白色矮星の質量は降積があっても増加の仕方はずっと遅くなる．

核反応が起こらない場合，あるいは核反応が起こっても表層が吹き飛ばされない場合には降積とともに白色矮星の質量は次第に増加していくことになる．質量が Chandrasekhar 質量を超えると，白色矮星は重力崩壊を起こすことになる．C+O 白色矮星の場合には，崩壊が始まると炭素の爆発的核燃焼が起こって星全体を吹き飛ばす超新星爆発になると考えられている．一方，O+Ne+Mg の白色矮星の場合には，崩壊により中性子星が形成される可能性が論じられている．このように白色矮星に質量降積がある場合の現象は多岐にわたるが，詳細についてはまだわかっていないことが多い．

3.5 超新星爆発

初期の質量が $8M_\odot$ よりも大きい星は，コアで電子が縮退することなく進化する．核反応が進み最終的に鉄からなるコアが形成されると，核エネルギー源が枯渇し重力崩壊を起こすことになる．その結果中性子星やブラックホールが形成されるが，中性子星を残す場合には，その束縛エネルギーをエネルギー源として超新星爆発を起こす．これをコア崩壊型の超新星という．解放されたエネルギーの大部分はニュートリノとして放出され，1% 程度が爆発のエネルギーに使われる．超新星は，観測的に水素の輝線を示さない I 型と水素の輝線を示す II 型とに大別され，スペクトルや光度曲線のふるまいによって更に Ia，Ib，IIP，IIL などに分類される．上述のコア崩壊型の超新星は Ia 型以外の超新星に対応するものと考えられている．これにたいし，Ia 型の超新星は連星中の C+O 白色矮星に物質が降積して中心温度が高くなり，炭素の暴走的核反応を起こした結果起こるものとされる．超新星の細かい分類は，重力崩壊時に外層がどの程度残っているかによって見え方が異なることによると考えられる．連星系中の星の進化では，星の外層がはぎ取られることが多い．たとえば，水素の外層をほとんどなくした星がコア崩壊型の超新星爆発を起こせば Ib 型の超新星になると考えられている．

次節で述べるように，超新星爆発の際には r 過程などの興味ある元素合成過程が起こる．また，星の進化の各段階で合成された元素が外部に放出されるので，超新星爆発は銀河の化学進化の観点からも重要な現象である．さらに超新星爆発の結果生じる中性子星やブラックホールは 4 章でふれるように，高エネルギー宇宙物理学の中心的対象となっている．また，超新星爆発では強い衝撃波が周囲の物質中を伝搬して，宇宙線の加速を起こすとともに，超新星残骸という明るい電波源を作り出す．そして，最終的には星間物質の最も重要な加熱源となる．宇宙論的距離で起こった超新星爆発は遠方銀河までの距離の決定などの観測的宇宙論にとっても重要である．このように，超新星爆発は宇宙物理学のあらゆるテーマに関わっている．しかし，以下で述べるように，その爆発機構についての理論的理解は未だに未解決の点が多いのである．

a) コア崩壊型超新星

初期質量が $8M_\odot$ よりも大きな星では，進化の最後には中心部に $1.5M_\odot$ 程度の鉄のコアが形成される．鉄は一核子あたりの束縛エネルギーが最も大きい原子核なので，核反応によってエネルギーを生み出すことができない．したがって，コアのエネルギー源は重力収縮によってまかなわれることになる．鉄のコアは初期には圧力として電子の縮退圧が卓越しているが，密度の上昇とともに原子核による電子捕獲が進むため十分な圧力の上昇をもたらすことができない．同時に原子核も光分解による吸熱反応を起こすので熱的な圧力もそれほど増加しない．その結果コアはほぼ自由落下するようになるが，これがコアの重力崩壊とよばれる現象である．重力崩壊は，中心部の密度が原子核の密度程度になると，強い核力の効果によって止められ(これをバウンスと呼ぶ)，衝撃波を発生する．この衝撃波が外層まで伝わって，星全体を吹き飛ばすのがコア崩壊型超新星爆発である．中心部には，原子核密度程度の物質からなる中性子星が残されることになる．初期のコアの質量が十分大きい場合には重力崩壊は止まることなく結局星全体がブラックホールになると考えられる．

このシナリオは基本的には正しいものと考えられているが，具体的な点では未解決の問題が多くあり，検討が続けられている．重力崩壊から超新星爆発に至る過程には，さまざまな物理過程が関与する．まず，中性子星の束縛エネルギーは静止質量の 10% 程度になるので力学は一般相対論的に取り扱わねばならない．電子捕獲によって発生したニュートリノは重力崩壊の初期の段階では光学的厚さが薄く自由に外部に逃げて行くが，ある程度密度が大きくなった段階ではコアに閉じこめられる．ニュートリノと物質との相互作用はどのような原子核が存在するのかに強く依存するが，原子核は完全に分解されるわけではなく，ニュートリノの存在量にも依存して変化する．バウンスの起こりかたはもちろん核物質の状態方程式にも強く依存する．このような複雑な過程は数値実験により調べられているが，現在のところ，一致した結論は得られていない．むしろほとんどの数値実験では十分な強さの衝撃波が得られず，超新星爆発を再現することはできていないといったほうがよいであろう．

重力崩壊が進むにつれ物質の状態は複雑に変化するが，最も重要なことはニュートリノのふるまいである．電子ニュートリノが閉じ込められた後は，原子核，電子，電子ニュートリノの間の弱い相互作用にたいする化学平衡状態が実現され

ることになり，レプトン数（電子ニュートリノと電子の和）とバリオン数（陽子と中性子の和）の比は一定になるので，レプトンの Fermi エネルギーが力学的ふるまいに大きな影響をおよぼすことになる．実際バウンス時には，電子ニュートリノの Fermi エネルギーは 100 MeV を超えるほどになっている．レプトン数とバリオン数の比は数 10% であるが，この比によって崩壊のふるまいが大きく変わることが知られている．

バウンスの結果発生した衝撃波はコアを伝搬するときに，熱的なニュートリノを生成することでエネルギーを消費する．中性子星の束縛エネルギー 10^{53} erg にたいして，その 99% 程度が熱的なニュートリノのエネルギーに転化する．熱的なニュートリノは電子ニュートリノだけではなく，μ-ニュートリノや τ-ニュートリノおよびそれらの反ニュートリノも含んでいる．熱的なニュートリノは拡散によって数秒程度の間に外部に放出される．このことは，大マジェラン雲で起こった超新星 SN 1987 A からの超新星ニュートリノの観測結果で見事に確認された．したがってコアで発生した衝撃波のエネルギーは 10^{51} erg 程度になってしまう．この程度の強さでは，鉄などの原子核を分解することで衝撃波は減衰してしまい，外層は吹き飛ばない．むしろ，外層は収縮を続け最終的にはブラックホールになってしまう．このように具体的に超新星爆発を再現することには大きな困難があるのである．

超新星爆発や超新星残骸の観測からは外層に 10^{51} erg 程度の運動エネルギーが伝えられていなければならない．したがって，理論上の問題は 10^{51} erg の運動エネルギーをどうやって生み出すかにある．外層に 10^{51} erg のエネルギーを与える機構として，回転や磁場などさまざまのものが考えられてきたが未だに定説はない．ニュートリノが中心部から外層部へ伝播するときに，その 1% のエネルギーを物質に与えることができれば，外層部の物質は膨張を始め，超新星爆発を起こすことができる．衝撃波の発生より遅れて，数秒後に再び外層を加速して爆発を起こすこの機構を遅延爆発と呼ぶ．数値計算の結果は今でも一致した結果が得られているとはいえないけれども，一つの有力な考えとなっている．SN 1987 A の観測の示唆するもう一つのことは，超新星爆発の際には星の内部でかなり大規模な物質の混合が起こっていることである．物質の混合は大きなスケールの対流運動が誘起されていたり，流体不安定が起こっていることを示唆するが，これが爆発機構とどう関係しているかはそれほど明らかではない．

b) 炭素爆燃型超新星

Ia 型の超新星はスペクトルに水素の特徴を含まないこと，光度曲線が数十日で指数関数的に減衰するという共通性があることなどから，コア崩壊型ではなく，炭素爆燃または爆轟型の超新星であると考えられる．また，現在星形成が起こっていない楕円銀河でも観測されることから年齢の古い星，具体的には C+O 白色矮星で生じるものと考えられる．電子が縮退した C+O コアで核反応が起こると，発生したエネルギーにより温度が上昇するが，圧力は縮退圧が圧倒的に大きいのでほとんど変わらない．すなわち密度など構造の変化はしばらく起こらず，温度のみが急速に上昇する．縮退が解けるまで温度が上昇すると，一気に膨張が始まるので，衝撃波が発生し衝撃波通過後の温度の上昇によって核反応領域も広がって，星全体が吹き飛ぶ．このように核燃焼が超音速で伝搬する機構を爆燃（detonation）という．実際に爆燃が生じるかどうかはニュートリノによる冷却や対流などに大きく依存しており，現在でもよくはわかっていない．観測との比較ではむしろ，中心部の温度上昇の結果対流によって熱がまわりに伝播し，その結果核反応が外側に広がっていく効果の方が有効であることがわかっている．これを爆轟（deflagration）と呼ぶ．

Ia 型超新星では，核反応がエネルギー源であり，一核子当り 1 MeV としてやはり 10^{51} erg 程度の運動エネルギーが発生する．光度曲線のふるまいは，爆発的な熱核反応過程で合成された $0.6\,M_\odot$ 程度の

$$^{56}\mathrm{Ni} \rightarrow {}^{56}\mathrm{Co} \rightarrow {}^{56}\mathrm{Fe} \qquad (1)$$

という崩壊でよく説明される．Ni は 5.6 日で，Co は 72 日で崩壊して Fe になるが，この崩壊過程で発生した熱で超新星の光度曲線をよく説明できるのである．

爆燃や爆轟は C+O 白色矮星が連星系をなしており，質量降積の結果質量を次第に増加させ，Chandrasekhar 質量を超えた時点で力学的に不安定になって生じるものと考えられる．質量降積以外にも白色矮星同士の近接連星系が重力波放出によって合体するという考えもある．しかしながら，実際に質量降積による白色矮星の進化の結果，Ia 型の超新星爆発が起きるかどうかは未だに論争中である．むしろ，多くの計算例では典型的な Ia 型の超新星爆発にはなっていないのが現状である．また，光度曲線は Ni の崩壊で説明できるとはいえ，観測例が増加するにつれ，Ia 型超新星の光度や光度曲線にも多様であるらしいことが認識されてきている．白色矮星の質量分布と Ia 型超新星の頻度からみても，Chandrasekhar 質量

以下での爆発機構があるのではないかと考えられている.

3.6 元素の起源

星の進化とともに，星のコアに重元素が形成されていくなど，熱核反応によって星の内部の化学組成は変化していく．それらは，恒星風による質量放出や超新星爆発の結果外部に放出され，星間物質と混合され，宇宙の物質組成を変えていくことになる．通常の星の進化の結果，合成される元素は，He, C, N, O, Ne, Mg, Si, Fe などの元素であるが，図 3.7 に示すように，宇宙にはそれ以外の元素も微量ながら多種存在している．これらのすべての元素は宇宙が生まれてから現在までにどこかで合成されたのである．これが元素の起源と呼ばれる問題である．現代的な元素の起源は 1957 年に，Burbidge, Burbidge, Fowler and Hoyle によってその基礎が築かれた．水素からウラニウムに至る元素はいくつかの異なった過程によって生成されるが，その概要をまとめておこう．

a) 宇宙初期の軽元素合成

通常の水素は宇宙初期から存在し，他の元素に転換したもの以外はそのまま残っている．太陽の水素存在量は重量比で表して $X=0.70$ である．元素合成の一つの過程は宇宙初期に起こる軽元素合成である．宇宙初期の高温高密度の状態で起こる核反応では，ヘリウムとともに重水素やリチウムがつくられる．水素には安

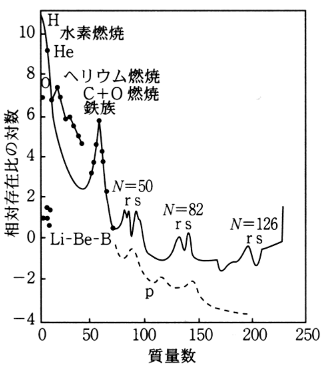


図 3.7 宇宙における元素の存在度
これらはいくつかの異なった合成過程で作られる．中性子数が 50, 82, 126 はいわゆる原子核の魔法数で特に結合エネルギーの大きな原子核である (C. Rolfs, H. P. Trautvetter & W. S. Rodney : *Report on Progress in Physics*, vol. 50, 1987).

定な同位体として通常の水素と重水素がある．現在の太陽近傍では，重水素と通常の水素の数の存在比は 1.6×10^{-5} である．重水素の束縛エネルギーは 2.22 MeV と小さいので，いったん星の中に取り込まれると，そのかなりの部分は

$$^{2}\mathrm{H} + {}^{1}\mathrm{H} \longrightarrow {}^{3}\mathrm{He} + \gamma \qquad (1)$$

の反応でヘリウムの同位体 ^{3}He に転換される．現在の宇宙での ^{3}He と ^{4}He の数の存在比はおよそ 2×10^{-4} 程度である．太陽のヘリウム量は重量比で表して $Y=0.28$ とされている．^{4}He は星の内部でもつくられるので，この値は宇宙初期で合成される量よりも大きい．重元素量が少なく，若い星が盛んに作られているような近傍の銀河の観測から，宇宙初期につくられた ^{4}He の量は $Y_{\mathrm{p}}=0.23-0.25$ 程度であることがわかる．残りの部分 $\Delta Y\approx0.03\sim0.05$ が星の中で合成されたものになる．星の進化の理論からは星の内部で合成されるヘリウムの量は重元素の量のせいぜい 2～3 倍であり，大量のヘリウムが存在していることは宇宙初期の高温状態で元素合成が起こったことの強い証拠であり，ビッグバン宇宙論の観測的基礎の一つとなっている．リチウムには同位体として ^{6}Li と ^{7}Li があるが，存在量は水素に対する数の比で表して後者は 10^{-9} から 10^{-10} 程度であり，前者はその 8% 程度である．宇宙初期に合成される ^{7}Li の量もほぼこの程度であるが，銀河系内の古い星の表面の存在量がほぼ一定で 10^{-10} の程度であることから，この量が宇宙初期に合成された量であると考えられている．

宇宙初期の元素合成では ^{1}H，^{2}H，^{3}He，^{4}He および ^{7}Li の 5 つ以外はほとんどつくられない．その合成量は宇宙のバリオン密度に依存しているので，観測と理論とを比較することにより，宇宙のバリオン密度を決めることができる．

b）宇宙線破砕反応による軽元素合成

原子番号が 3，4，5 の安定な元素 ^{6}Li，^{7}Li，^{9}Be，^{10}B，^{11}B の存在量はヘリウムや炭素，窒素，酸素に比べ 4 桁以上も少ない．質量数 5 の安定な原子核が存在しないため，これらの元素は宇宙初期や星の中ではほとんどつくられない．ただし，^{7}Li は宇宙初期および星の内部での

$$^{3}\mathrm{He} + {}^{4}\mathrm{He} \longrightarrow {}^{7}\mathrm{Be} + \gamma, \quad {}^{7}\mathrm{Be} + e^{-} \longrightarrow {}^{7}\mathrm{Li} + \nu_{\mathrm{e}} \qquad (2)$$

などの反応でもある程度つくられる．そのほかの元素の大部分は低エネルギー宇宙線と星間物質（炭素，窒素，酸素）との間の破砕反応によるものとして理解されている．

c) 恒星中の熱核反応生成物の質量放出

恒星中の熱核反応は水素燃焼，ヘリウム燃焼，炭素燃焼，酸素燃焼，珪素燃焼と進み，星が赤色巨星や超巨星と進化し最後に白色矮星や中性子星となる段階で，生成された元素のかなりの部分が質量放出や超新星爆発によって星間空間に放出される．主な熱核反応の反応過程についてはすでに星の進化の項で述べたので繰り返さない．これらの多くは ^{4}He，^{12}C，^{16}O，^{20}Ne，^{24}Mg，^{28}Si，^{32}S といったいわゆる α 核元素である．α 核元素以外のものの多くも通常の熱核反応で生成される．たとえば，水素燃焼の CNO サイクルでは，^{13}C，^{14}N，^{15}N が ^{12}C から転換されて存在している．赤色超巨星などで水素の殻燃焼生成物が表面対流の効果などで表面に運ばれ，外部へ放出されるのがこれらの元素の主な起源となる．赤色巨星や超巨星での表面で水素あるいはヘリウム殻燃焼で生成された核種の定量的観測は星の中で核合成が行われていることの直接的証拠を示すとともに，星の外層の構造や星の内部での対流や混合の過程にたいする貴重な情報を与えている．

原子番号が 9 から 13 の元素 ^{19}F，^{21}Ne，^{22}Ne，^{23}Na，^{25}Mg，^{26}Mg，^{27}Al の起源についてはまだ不確定なことも多い．CNO サイクルより高温の領域での水素燃焼として，CNO サイクルと同様に陽子捕獲と β 崩壊を通じて起こる Ne-Na サイクルや Mg-Al サイクルがあり，Ne，Na，Mg，Al が作られる．ここで最近興味を引いているのが不安定同位体の ^{26}Al である．^{26}Al の基底状態は半減期が 7.2×10^{5} 年と長いので，星の中で合成され星間空間へ放出された後にもかなりの期間存在している．星間空間に放出された ^{26}Al は ^{26}Mg の励起状態に崩壊して 1.809 MeV のガンマ線を放出するので，このガンマ線の検出は ^{26}Al の合成の場所の情報をもたらすことになる．実際に銀河面から検出されたこのガンマ線の強度分布から，新星や超新星での元素合成過程の推定が試みられている．

初期質量が $8M_\odot$ よりも重い星では，星のコアの炭素燃焼から珪素燃焼にいたる過程で，α 核元素だけでなく，Ne より重い元素が一連の反応で合成されていく．珪素より重い核の合成は光子吸収反応で放出された α 粒子（^{4}He 原子核）を吸収して，より重い元素をつくって行くという経路が重要になるので，α 過程と呼ばれている．このような星のコアは最終的には原子核の間の化学平衡に近づいていくが，このときには一核子あたりの束縛エネルギーの最も大きい ^{56}Fe を中心とする鉄族元素が合成されていく．このような元素合成過程を e 過程と呼ぶ．実際の状況では弱い相互作用にたいする平衡は完全ではないので，星の中では ^{56}Ni を中心

とした分布になる．超新星爆発の項で述べたように，合成された ^{56}Ni は爆発直後にベータ崩壊により ^{56}Fe に転化する．^{56}Ni の崩壊時に放出されるガンマ線も検出されており，超新星爆発などでどの程度合成されているのかが直接検証できるようになってきている．α 過程や e 過程で合成された元素は超新星爆発によって星間空間に放出されるが，e 過程で合成されたものの大部分は中性子星に閉じ込められることになる．また，超新星爆発の際には衝撃波で加熱された物質中で起こる爆発的な元素合成や後に述べる r 過程も重要になる．この場合には合成される核種の分布も準静的な場合と異なってくる．

d)　中性子捕獲過程（s 過程）

鉄族よりも重い元素はこれまでに述べたような星の内部の熱核反応は合成できない．原子番号 29 の Cu から 82 の Pb までは安定な元素であり，原子番号 90 の Th, 92 の U は宇宙年齢に匹敵する長寿命の同位体があり，かなりの程度存在している．Cu や Zn は一部 e 過程でも合成されるが，一般的にいって，鉄よりも重い元素の存在量は高温における原子核統計平衡で与えられるものよりも，はるかに大きな存在比を持っている．また，これらの原子核は Coulomb エネルギーが過大にならないように陽子数に比べ中性子数がかなり大きいという特徴を持っている．したがってこれらの原子核を合成するためには中性子を捕獲する反応が有効である．中性子捕獲反応にはクーロン障壁が存在しないので，さまざまの進化の段階で中性子を放出する反応が起これば，既存の鉄族原子核を種にして，

$$(\mathrm{Z}, \mathrm{A}) + n \longrightarrow (\mathrm{Z}, \mathrm{A}+1) + \gamma \qquad (3)$$

の中性子捕獲反応を繰り返し，図 3.8 のような経路をたどって，より重い原子核を作っていくことになる．中性子数が多くなって β 崩壊にたいして不安定な原子核ができると，β 崩壊

$$(\mathrm{Z}, \mathrm{A}+1) \longrightarrow (\mathrm{Z}+1, \mathrm{A}+1) + \mathrm{e}^- + \bar{\nu}_\mathrm{e} \qquad (4)$$

が起こる．通常の進化の過程での中性子源はそれほど強くないので，中性子捕獲反応よりも β 崩壊が速く進み，安定な原子核を経て質量数の大きな原子核が合成されていく．この過程を s 過程（slow process）という．

中性子源の候補として次のようなものがある．CNO サイクルの際につくられた ^{13}C が，ヘリウム燃焼段階で起こす

$$^{13}\mathrm{C} + {}^{4}\mathrm{He} \longrightarrow {}^{16}\mathrm{O} + n \qquad (5)$$

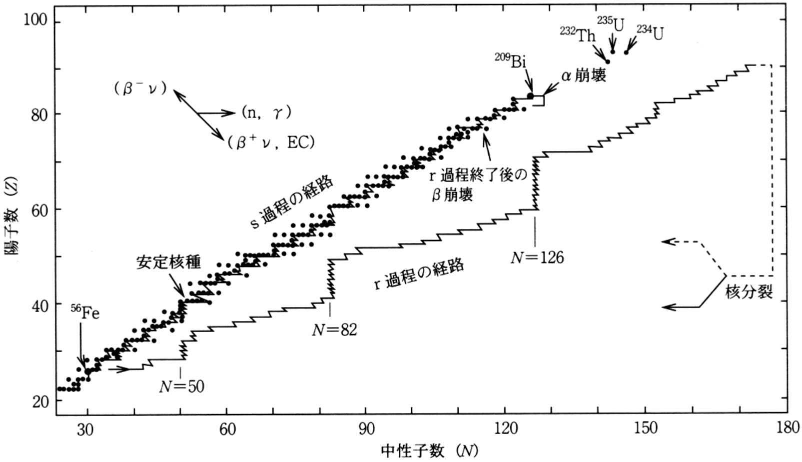


図 3.8　存在が知られている核種とその中性子捕獲による合成過程の経路
s 過程では中性子捕獲と β 崩壊を繰り返して，ほぼ存在する核種の領域をたどって ^{209}Bi までが作られる．r 過程では β 崩壊が起こるよりも早く次の中性子捕獲が起こり，中性過剰な核種が作られる．中性子魔法数のところでは，中性子捕獲断面積が減少するため，β 崩壊が有効になるため，いったん停滞している．r 過程で合成された核種は著しく中性子過剰であり，β 崩壊を繰り返して最終的には存在が知られている核種の領域に達する（C. Rolfs, H. P. Trautvetter & W. S. Rodney : *Report on Progress in Physics*, vol. 50, 1987）．

などの反応，またヘリウム燃焼で起きる

$$^{22}\mathrm{Ne} + {}^{4}\mathrm{He} \longrightarrow {}^{25}\mathrm{Mg} + n \qquad (6)$$

などの反応が候補として考えられている．

s 過程は十分長い間中性子に照射されて一連の反応が進むので，s 過程で合成される原子核の存在比は定常状態に達していると近似することができる．すなわち，中性子吸収の断面積を σ，中性子の速度を v，原子核の存在量を $n(A)$ とすると

$$\langle \sigma v \rangle n(A) = \mathrm{const.} \qquad (7)$$

が成立する．すなわち，中性子吸収断面積の小さな原子核が多く存在するようになる．特に中性子魔法核である $N=50$ (^{88}Sr, ^{89}Y, ^{90}Zr)，$N=82$ (^{138}Ba, ^{139}La, ^{140}Ce, ^{141}Pr)，$N=126$ (^{208}Pb, ^{209}Bi) の存在比が大きくなる．これは宇宙組成の観測と一致している．s 過程で作られる最も重い核種は ^{209}Bi である．^{209}Bi は中性子捕獲の結果 ^{210}Bi をつくるが，この同位体は β 崩壊によって ^{210}Po となり，さらに α 崩壊によって ^{206}Pb となるので，それ以上重い元素をつくることができないのである．

e) 中性子捕獲過程（r 過程）

s 過程では中性子が過剰な原子核や，Bi よりも原子番号の大きい元素をつくることができない．これらの元素をつくるためには β 崩壊がおきる前に，さらに中性子捕獲が進む必要があり，大きな中性子流束が必要となる．このような過程を r 過程(rapid process)と呼ぶ．実際に存在する核種からみて β 崩壊の寿命が 10^{-6} sec 程度の核を経由して中性子捕獲が起こっていることがわかるので，r 過程は 10^{-6} sec のうちに，中性子密度が $10^{23}\,\mathrm{cm}^{-3}$ 以上のような場所で起こっていることになる．星の進化のどの時点で，このような大きな中性子流束が実現されるかは正確にはわかっていないが，超新星爆発の時期におこるものと考えられている．特に原始中性子星の周りでは大量の中性子が存在すると期待され，ここでの中性子捕獲過程が有力な候補とされている．β 崩壊の効果が無視できる極限では一定の原子番号に対し許される最大の中性子数の原子核が実現されるが，あまりに中性子数が増えると β 崩壊が無視できなくなるので，原子番号も増えていく．いずれにせよ r 過程では s 過程に比べ，より中性子過剰の原子核が形成される．r 過程が $A \approx 250$，$Z = 94$ まで進むと原子核は核分裂によってより小さい核に分裂するので，r 過程は終了することになる．r 過程の経路も図 3.8 に示しておく．この経路は合成の経路であり，r 過程でできた原子核は，β 崩壊にたいし不安定なので，r 過程の終了後，観測されるまでに結局は安定線に近い原子核になる．

このようにして s 過程と r 過程とで鉄より重たい元素が合成される．実際には純粋な s 過程核種，r 過程核種は意外と少ない．s 過程が 8 割程度を占めるのは s 過程の項で述べた中性子魔法核の元素のみである．それ以外の核では r 過程が 50% 以上を占めるものが多いが，安定な元素の中では Eu が 100% 近く r 過程によるとされている．宇宙の年齢測定などで重要な役割を果たす長寿命の放射性同位体，例えば $^{235}\mathrm{U}$，$^{238}\mathrm{U}$，$^{232}\mathrm{Th}$ はすべて r 過程による．

核種の中には Mo のような陽子過剰（陽子過剰といっても陽子数が中性子数より多いわけではない．質量数を一定にし核種の中で相対的に陽子数が多く，中性子捕獲では作り得ない核種を指す.）の原子核も存在している．超新星爆発時には大量の中性子とともに高エネルギーの光子，陽子やニュートリノも存在しており，これらも元素合成に関与する．陽子過剰の核もやはり超新星爆発時につくられるものと考えられている．

3.7　太陽ニュートリノ問題

星の構造と進化の理論は星のH-R図の再現，元素の起源の説明などの成功により，よく検証されているといえる．しかし，これらはあくまで間接的なものである．星の内部を直接みることができれば，より直接的な検証ができることになる．恒星の中心部で起こっている核反応にともなうニュートリノの観測はその核心となるものであり，我々に最も近い恒星である太陽について1960年代半ばからその検出がなされている．その結果は観測値が理論的期待値の半分から3分の1というもので，大きな謎となっている．この問題を太陽ニュートリノ問題と呼んでいる．これは，標準的な太陽モデルあるいは標準的な素粒子物理学のいずれかに修正がなされなければならないことを意味するので，その影響は大きく，太陽ニュートリノ問題は現代物理学の最大の問題の一つとなっている．最近，太陽の内部構造は太陽表面の振動の解析からもかなり詳しく求められるようになってきた．太陽表面の振動は乱雑ではなく多数の固有振動モードからなっており，その固有振動数スペクトルから精度よく太陽の内部構造が決定できるのである．このような手法は地震学にならって日震学と呼ばれているが，その結果は太陽の内部構造は以下で述べる標準的な太陽モデルとよく一致しており，太陽ニュートリノ問題は素粒子物理学の問題であるという見解が有力になっている．

2.4節で述べたように，太陽の中心ではp-p連鎖反応を主体にして核反応が起こっており，そのときにニュートリノが発生する．これを地球上で直接観測するのである．太陽光度の観測値から太陽内部で起こっている核反応の頻度は決まっているのでニュートリノの発生個数も決まっている．正確にはp-pI, p-pII, p-pIIIの分岐の割合が問題になるが，これは太陽中心部の温度密度分布によっている．太陽の内部構造は，以下の3つのもっともらしい仮定の上に理論的に決定され，標準太陽モデルと呼ばれている．

1.　太陽の質量は2×10^{33}gであり，進化の過程で質量放出は無視できる．

2.　太陽の年齢は46億年であり，現在の半径は7×10^{10}cm，光度は3.8×10^{33} erg s^{-1}である．

3.　外層の対流層以外に巨視的な運動はなく，組成の混合は起こっていない．

という3つの条件を課したものである．太陽の構造と進化を決めるためには星の

構造と進化の章で述べた4つの基礎方程式を解くことになるが，上の仮定の下でパラメータとして残るものは化学組成のみである．詳細な計算の結果は，太陽の生まれたときの組成は $X=0.70$，$Y=0.28$，$Z=0.02$ であり，重元素の組成比は現在の太陽表面の組成に等しい時に現在の太陽半径と光度とを再現することがわかっている．核反応率や光の吸収係数，対流モデルの不定性などはこの結論を覆すほどには大きくない．ただし，ヘリウムの拡散はある程度起こっていて，太陽表面のヘリウム量は $Y=0.24$ 程度になっている方が日震学のデータにもよりよく合うようである．

そのようにして計算されたニュートリノのスペクトルを図3.9に示す．$p+p \longrightarrow d+e^{+}+\nu_e$ で発生するニュートリノは平均0.26 MeV，最高0.42 MeVの低エネルギーであるが，その流束は圧倒的に大きい．約14% の反応経路は p-pII の経路をとおっており，$^{7}\mathrm{Be}+e^{-} \longrightarrow {}^{7}\mathrm{Li}+\nu_e$ の反応でニュートリノを放出する．そのうち90% は0.86 MeV，10% は0.38 MeVの単色ニュートリノを放出する．p-pIII の経路となる $^{7}\mathrm{Be}+p \longrightarrow {}^{8}\mathrm{B}+\gamma$ の反応は電子捕獲の約1000分の1の頻度で起こり，$^{8}\mathrm{B} \longrightarrow {}^{8}\mathrm{Be}+e^{+}+\nu_e$ で最大エネルギー14 MeV，平均エネルギー7.3 MeVの高エネルギーニュートリノを放出する．そのほか，わずかな寄与として $p+p+e^{-} \longrightarrow d+\nu_e$，$^{3}\mathrm{He}+p \longrightarrow {}^{4}\mathrm{He}+e^{+}+\nu_e$ の反応やCNOサイクルによるニュートリノの発生がある．

ニュートリノは反応断面積が著しく低く，観測方法によって，異なるエネルギ

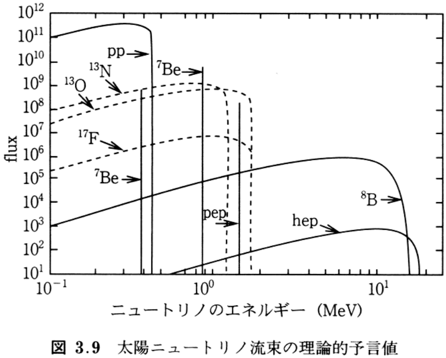


図 3.9 太陽ニュートリノ流束の理論的予言値
単位は連続スペクトルにたいし $\mathrm{cm^{-2}\,s^{-1}\,MeV^{-1}}$，線スペクトルにたいし $\mathrm{cm^{-2}\,s^{-1}}$ である（J. N. Bahcall & R. K. Ulrich: *Review of Modern Physics*, vol. 60, 1988 を改変）.

一領域を観測することになる．単位としては一秒一標的当り，10^{-36} 反応を1SNUと表わすのが通例である．最も早くから行なわれているDavisたちの実験は

$$^{37}\mathrm{Cl} + \nu_e \longrightarrow {}^{37}\mathrm{Ar} + e^- \qquad (1)$$

を使うもので，閾値は0.81MeVであり，主に^{7}Beの崩壊による単色ニュートリノと^{8}Bの崩壊によるニュートリノを観測する．標準モデルによる予測値は9.3±1.4SNUであるのにたいし観測値は2.5SNU程度である．

神岡鉱山における水チェレンコフ光観測は

$$\nu_e + e^- \longrightarrow \nu_e + e^- \qquad (2)$$

反応で散乱された電子が水中で放射するチェレンコフ光を観測するもので，閾値は6.5MeVと大きく，^{8}Bからのニュートリノを観測する．しかし，散乱された電子の方向から，入射ニュートリノの方向を定めることができる．$6.6\times10^6\,\mathrm{cm^{-2}\,s^{-1}}$の予言値にたいし，観測値は$(2.65\pm0.1)\times10^6\,\mathrm{cm^{-2}\,s^{-1}}$と予言値の40%である．この観測はニュートリノの方向が測定できるので，確かに太陽からニュートリノがきていることを確認していることになる．

p-p反応による低エネルギーのニュートリノは

$$^{71}\mathrm{Ga} + \nu_e \longrightarrow {}^{71}\mathrm{Ge} + e^- \qquad (3)$$

の反応によって検出される．GALLEXとSAGEの二つの観測所によって観測が行われている．上の反応ではp-p反応だけではなく，^{7}Beや^{8}Bからの寄与もある．理論的予言値はp-p反応から70SNU，^{7}Beから38SNU，^{8}Bから16SNU，その他13SNUで合計137±8SNUであるが，観測値は70±10SNU程度である．

いずれの観測も予言値に比べ，観測値が少ない．その違いの程度はニュートリノのエネルギーに依存しているようである．先に述べたようにこの不一致の原因を太陽モデルに求めることが完全に排除されているわけではないが，日震学の進歩とともにかなり困難であることがはっきりしてきた．現在のところ，この不一致の原因はニュートリノの性質，ニュートリノがわずかな質量を持つ場合に起こるニュートリノ振動に原因を求めることが通説となっている．ニュートリノ振動により，太陽中心部で発生した電子ニュートリノが地球に到達する間にμニュートリノなど他種のニュートリノに転換しているため，電子ニュートリノの観測値が予言値を大きく下回っていると解釈するのである．ニュートリノ振動の存在は宇宙線が大気中で発生させる大気ニュートリノの観測からも確認されている．このようにして，太陽ニュートリノ問題は現在では素粒子物理学の最先端の重要問

題となっているのである．

◆問　題

1．3.1 節の式 (13) を導け．

2．電子の縮退圧と熱的な圧力を比較してみる．非相対論的な場合には縮退圧は，有限温度の効果を無視すれば，4 節 (13) 式のように

$$P_{\mathrm{deg}}=\frac{1}{5}(3\pi^2)^{2/3}\frac{\hbar^2}{m_{\mathrm{e}}}\left(\frac{\rho}{\mu_{\mathrm{e}}m_{\mathrm{H}}}\right)^{5/3} \tag{1}$$

と与えられる．熱的な圧力は縮退の効果を無視すれば

$$P_{\mathrm{th}}=\frac{\rho kT}{\mu m_{\mathrm{H}}} \tag{2}$$

である．両者が等しくなる温度を密度の関数として求めよ．

3．問題 2 で $T=10^7$K，$T=10^8$K，$T=6\times10^8$K のときの密度を計算し，圧力を評価せよ．これらの値が $N=3$ のポリトロープの星の中心密度，中心圧力に対応するとして，その質量を評価せよ．

4．質量 M のヘリウムからなる星がヘリウムの熱核反応で輝いている．このようなヘリウムの主系列星の中心密度，中心圧力，半径，寿命などを水素の主系列星と比較せよ．

5．外圧 p_{e} がかかっている場合のビリアル定理，3.3 節の式 (1)，を導け．

6．大質量星の進化の結果できる鉄からなるコアの質量は $2M_\odot$，中心密度は 3×10^9g cm^{-3}，中心温度は 3×10^9K 程度である．このとき，電子の縮退圧と熱的な圧力を計算し，コアが鉄の白色矮星の状態にあることを示せ．それにもかかわらず，コアの最終状態が白色矮星にならないのはなぜか．

7．超新星爆発の結果できる中性子星の束縛エネルギーの 99% がニュートリノに転化するのはなぜか．原始中性子星の質量を $2M_\odot$，半径を 3×10^6cm として，平均密度，重力エネルギーを評価せよ．重力エネルギーの絶対値の半分のエネルギーが黒体放射であるとして，温度 T を求めよ．ただし，光子，電子陽電子，すべての種類のニュートリノが相対論的な温度での熱平衡および化学平衡状態にあるとしてよい．

さて，上で求めた熱エネルギーでは電子光子成分とニュートリノ成分のエネルギー密度は同程度である．なぜ，放出されるエネルギーではニュートリノが大部分になるか考

察せよ．ニュートリノは数秒で放出されるのにたいし，光子の放出ははるかに時間がかかることに注意せよ．また，放出されるニュートリノの有効温度はどの程度になるか評価せよ．

上で評価した温度はやや過大評価であろう．原始中性子星を支える圧力としては中性子の縮退圧の寄与が大きいからである．また，レプトン数とバリオン数の比が0.3～0.4程度あるので，電子や電子ニュートリノの縮退の効果も無視できないが，これらはエネルギー密度に因子2程度の補正となると考えられる．

8. $1M_\odot$ の鉄を陽子と中性子に分解するのに必要なエネルギーを計算せよ．

4. 中性子星

大質量星は進化の結果，中性子星やブラックホールを残す．中性子星は中性子の縮退圧で支えられた高密度星であり，その存在は理論的には 1930 年代に予言されていたが，観測的な発見は 1960 年代にパルサーや X 線星という思いもかけない形で行われた．ブラックホールは一般相対論から予言される天体であるが，観測的には，これも 1970 年頃に Cyg X-1 という天体が中性子星の上限質量をこえていることからブラックホールであると同定されたことにより発見された．その後，数多くの天体が中性子星やブラックホールに同定され，これらの相対論的天体とその生み出す天体現象は宇宙物理学の最も中心的な研究対象の一つとなっている．

中性子星の質量は太陽質量程度だが，半径は 10 km 程度なので，中性子星表面からの脱出速度は光速に近くなっている．星の進化の結果残されるブラックホールの質量は太陽質量の 10 倍程度だが，銀河の中心部には太陽の 10^6 倍から 10^9 倍という大質量ブラックホールが存在している．ブラックホールは事象の地平線という面を持ち，光すらもそこから出ることができない．このような強い重力場をもつ中性子星やブラックホールを議論するには一般相対論が必要になる．ここでは最も基本的な球対称の場合の一般相対論的な星の構造についてごく簡単に要点をまとめておくことにする．次節以下では具体的な中性子星の物理学について述べるが，本節の結果を直接使うわけではないので，一般相対論に不慣れな読者は本節は読み飛ばしてもよい．

4.1　相対論的な星の構造

一般相対論の基礎方程式は Einstein 方程式

$$R_{\mu\nu}-\frac{1}{2}Rg_{\mu\nu}=\frac{8\pi G}{c^4}T_{\mu\nu} \tag{1}$$

である．ここで $g_{\mu\nu}$ は計量テンソル，$R_{\mu\nu}$ は Ricci テンソル，R はスカラー曲率である．球対称な時空は

$$ds^2=\mathrm{e}^{\phi}c^2dt^2-\mathrm{e}^{\lambda}dr^2-r^2(d\theta^2+\sin^2\theta d\varphi^2) \tag{2}$$

という計量で記述できる．物質は完全流体だとするとエネルギー運動量テンソルは

$$T_{\mu\nu}=(\epsilon+p)u_\mu u_\nu-pg_{\mu\nu} \tag{3}$$

で与えられる．u^μ は 4 元速度，ϵ はエネルギー密度，p は圧力である．力学平衡解では 4 元速度 u^μ は

$$u^\mu=(\mathrm{e}^{-\phi/2},0,0,0) \tag{4}$$

ととれる．時間によらない力学平衡解を求めるので ϕ，λ，ϵ，p を r のみの関数とすると，Einstein 方程式は

$$\mathrm{e}^{-\lambda}\left(\frac{1}{r}\frac{d\lambda}{dr}-\frac{1}{r^2}\right)+\frac{1}{r^2}=\varkappa\epsilon \tag{5}$$

$$\mathrm{e}^{-\lambda}\left(\frac{1}{r}\frac{d\phi}{dr}+\frac{1}{r^2}\right)-\frac{1}{r^2}=\varkappa p \tag{6}$$

$$\frac{\mathrm{e}^{-\lambda}}{2}\left(\frac{d^2\phi}{dr^2}+\frac{1}{2}\left(\frac{d\phi}{dr}\right)^2+\frac{1}{r}\left(\frac{d\phi}{dr}-\frac{d\lambda}{dr}\right)-\frac{1}{2}\frac{d\phi}{dr}\frac{d\lambda}{dr}\right)=\varkappa p \tag{7}$$

の 3 つが独立な式となる．ここで

$$\varkappa=\frac{8\pi G}{c^4} \tag{8}$$

である．

物質の運動方程式

$$T^{\mu\nu}{}_{;\nu}=0 \tag{9}$$

は Einstein 方程式と独立ではないが，自明でない式は r 方向の式

$$\frac{dp}{dr}+\frac{\epsilon+p}{2}\frac{d\phi}{dr}=0 \tag{10}$$

のみである．Einstein 方程式と運動方程式のうち独立なものは 3 つであるが，変

数は 4 つあるので ϵ と p との間の関係を与える状態方程式を与えると解けることになる．

式 (5) を変形して，積分すると

$$e^{-\lambda}=1-\frac{2GM(r)}{c^2r} \tag{11}$$

$$M(r)=\frac{4\pi}{c^2}\int_0^r \epsilon r^2 dr \tag{12}$$

をえる．式 (6) と (10) とから ϕ を消去すると，

$$\frac{dp}{dr}+\frac{\epsilon+p}{2}\left(\varkappa rpe^{\lambda}+\frac{e^{\lambda}-1}{r}\right)=0 \tag{13}$$

をえる．これに，式 (11) を代入して

$$\frac{dp}{dr}+\frac{\epsilon+p}{c^2}\frac{G}{r^2}\left(M(r)+\frac{4\pi r^3 p}{c^2}\right)\frac{1}{1-(2GM(r)/c^2r)}=0 \tag{14}$$

をえる．これを Tolman-Oppenheimer-Volkov (TOV) 方程式と呼ぶ．式 (12) と (14) とを連立させて解けば星の構造が定まるのである．Newton 力学の極限では，$\epsilon=\rho c^2\gg p$, $GM\ll c^2r$ なので，これらはよく知られた方程式に帰着する．TOV 方程式の形から，一般相対論では圧力も重力の源になること，一般相対論的効果の程度は，半径 r 以内の質量で決めた Schwarzschild 半径 $2GM(r)/c^2$ と r との比で決まることがわかる．

$p(r)$，$\epsilon(r)$ が求まれば，式 (10) から

$$\phi(r)=-\int\frac{2}{\epsilon+p}\frac{dp}{dr}dr=-\int_0^p\frac{2}{\epsilon+p}dp+\phi(R) \tag{15}$$

となって，$\phi(r)$ が求められる．ここで境界条件として，星の表面 $r=R$ で $p=0$ ととっている．星の外部は Schwarzshild の真空解で記述されるので，$\phi(R)=-\lambda(R)$ となる．結局

$$e^{\phi}=\left(1-\frac{2GM(R)}{c^2R}\right)\exp\left(-2\int_0^p\frac{dp}{\epsilon+p}\right) \tag{16}$$

をえる．

具体的に TOV 方程式を解くには状態方程式を与えなければならない．簡単な場合には解析解も知られている．代表的なものが ϵ=const. とした Schwarzschild の内部解である．この解は

$$M(r)=\frac{4\pi\epsilon r^3}{3c^2} \tag{17}$$

$$\mathrm{e}^{-\lambda}=1-\frac{8\pi G\epsilon r^2}{3c^4}\equiv 1-\frac{r^2}{a^2} \tag{18}$$

$$p=\epsilon\frac{\sqrt{1-(r^2/a^2)}-\sqrt{1-(R^2/a^2)}}{3\sqrt{1-(R^2/a^2)}-\sqrt{1-(r^2/a^2)}} \tag{19}$$

$$\mathrm{e}^{\phi}=\frac{1}{4}\left(3\sqrt{1-\frac{R^2}{a^2}}-\sqrt{1-\frac{r^2}{a^2}}\right)^2 \tag{20}$$

で与えられる．

Schwarzschild の内部解では，$R>2\sqrt{2}\,a/3$ のときには，星の内部で圧力が無限大になり，$\mathrm{e}^{\phi}=0$ となる点が現われるので，平衡解は存在しないことになる．この条件を書き直すと

$$R<\frac{9GM(R)}{4c^2}=\frac{9}{8}r_{\mathrm{g}} \tag{21}$$

となる．すなわち，与えられた質量にたいし，星の半径には下限が存在することになる．この限界半径よりも小さな星は平衡状態にはなく，中心に向かって崩壊していることになる．これをブラックホールという．限界半径の存在はこの解に特有のことではなく，一般的に成立することが知られている．念のために注意しておくが，ブラックホールになるのは密度が高くなるからではない．限界半径は質量に比例しているので，質量が大きければ，密度は小さくてもブラックホールになるのである．

先に出てきた $M_{\mathrm{G}}\equiv M(R)$ は重力質量と呼ばれ，星の外部の重力場を決定する質量である．重力質量には静止質量以外にも内部エネルギーや重力エネルギーが含まれている．固有体積要素は $4\pi\mathrm{e}^{\lambda/2}r^2dr$ なので，核子数密度を n，核子の静止質量を m_{N} とすると，固有静止質量は

$$M_{\mathrm{m}}=\int_0^R nm_{\mathrm{N}}\frac{4\pi r^2dr}{\sqrt{1-(2GM(r)/c^2r)}} \tag{22}$$

となる．固有質量はエネルギー密度を積分したものであり，

$$M_{\mathrm{p}}=\int_0^R\frac{\epsilon}{c^2}\frac{4\pi r^2dr}{\sqrt{1-(2GM(r)/c^2r)}} \tag{23}$$

と定義される．重力質量と固有質量の差が重力エネルギーに相当するので，重力エネルギー Ω は

$$\Omega=(M_{\mathrm{G}}-M_{\mathrm{p}})c^2=\int_0^R\epsilon\left(1-\frac{1}{\sqrt{1-(2GM(r)/c^2r)}}\right)4\pi r^2dr \tag{24}$$

で与えられる．Newton 力学の極限では，これはたしかによく知られた重力エネルギーの表現になっている．一方，固有質量と固有静止質量の差は

$$M_{\mathrm{p}}-M_{\mathrm{m}}=\int_0^R\left(\frac{\epsilon}{c^2}-nm_{\mathrm{N}}\right)\frac{4\pi r^2dr}{\sqrt{1-(2GM(r)/c^2r)}} \tag{25}$$

であり，通常は正である．星が束縛されているという条件は，結合エネルギーが正，すなわち

$$M_{\mathrm{m}}-M_{\mathrm{G}}=M_{\mathrm{m}}-M_{\mathrm{p}}+M_{\mathrm{p}}-M_{\mathrm{G}}=M_{\mathrm{m}}-M_{\mathrm{p}}-\frac{\Omega}{c^2}>0 \tag{26}$$

である．このような質量の相互関係は実際の中性子星の形成などを考えるときには無視できないものとなる．中性子星の場合，固有静止質量に比べ，重力質量は10% 程度小さくなっているのである．

4.2　中性子星の内部構造

相対論的な星のうち最も重要なものは中性子星である．中性子星は白色矮星とともに，温度がゼロと近似できる星であり熱的な圧力ではなく縮退圧で支えられている星である．白色矮星は電子の縮退圧で支えられた星であり，中心密度は 10^6 g cm^{-3} 程度である．これにたいし，中性子星は中性子の縮退圧で支えられ，中心密度は 10^{15} g cm^{-3} 程度にも達している．白色矮星から中性子星に至る縮退星の系列を考えよう．白色矮星から出発し，中心密度がさらに上昇すると，電子の Fermi エネルギーが大きくなり，電子が陽子に吸収され中性子に転化したほうがエネルギー的に安定になる．このようにして，中心密度の増加とともに白色矮星から中性子星に移行していくのである．実際には中間の密度では，核子は自由な存在ではなく原子核内にあるので，自由中性子の数が少ない．そのため，星を支えるだけの縮退圧を作り出すことができず，星は不安定になっている．その結果，縮退星は白色矮星と中性子星に二分されるのである．物質の中性子化のようすを理解するために，まず原子核が存在しない仮想的な場合を考察しておこう．

a)　陽子，中性子，電子からなる系

仮想的に原子核の存在を無視した温度ゼロの物質にたいし，弱い相互作用

$$\mathrm{p}+\mathrm{e}^-\longleftrightarrow\mathrm{n}+\nu_{\mathrm{e}} \tag{1}$$

にたいする化学平衡を考えよう．発生したニュートリノは直ちに逃げ出すものとすると，$\mu_\nu=0$ となるので，系の化学平衡は

$$\mu_{\rm p}+\mu_{\rm e}=\mu_{\rm n} \tag{2}$$

で決まる．化学ポテンシャル[1]は，Fermi エネルギー $\epsilon_{\rm F}$，Fermi 運動量 $p_{\rm F}$ を用いて，

$$\mu=\epsilon_{\rm F}=\sqrt{p_{\rm F}{}^2c^2+m^2c^4} \tag{3}$$

で与えられる．数密度は

$$n=\frac{p_{\rm F}{}^3}{3\pi^2\hbar^3} \tag{4}$$

と与えられるので，電気的中性の条件

$$n_{\rm p}=n_{\rm e} \tag{5}$$

は $p_{\rm F,p}=p_{\rm F,e}$ と書かれる．また

$$\frac{n_{\rm p}}{n_{\rm n}}=\frac{p_{\rm F,p}{}^3}{p_{\rm F,n}{}^3} \tag{6}$$

である．したがって化学平衡の条件は

$$\sqrt{p_{\rm F,p}{}^2c^2+m_{\rm p}{}^2c^4}+\sqrt{p_{\rm F,p}{}^2c^2+m_{\rm e}{}^2c^4}=\sqrt{p_{\rm F,n}{}^2c^2+m_{\rm n}{}^2c^4} \tag{7}$$

となる．

中性子と陽子の質量差を

$$Q=(m_{\rm n}-m_{\rm p})c^2=1.29\,\text{MeV} \tag{8}$$

と書き，化学平衡の式で，$m_{\rm n}, m_{\rm p}\gg m_{\rm e}, Q/c^2$ と近似して，$p_{\rm F,p}/p_{\rm F,n}$ を求めることができる．その結果，

$$\frac{n_{\rm p}}{n_{\rm n}}=\frac{1}{8}\left[\frac{x^4+\dfrac{4Q}{m_{\rm n}c^2}x^2+4\dfrac{Q^2-m_{\rm e}{}^2c^4}{m_{\rm n}{}^2c^4}}{x^2(x^2+1)}\right]^{3/2} \tag{9}$$

をえる．ここで

$$x\equiv\frac{p_{\rm F,n}}{m_{\rm n}c} \tag{10}$$

とおいた．中性子数密度が増加していくと，陽子中性子比は減少して

$$x=\left[\frac{4(Q^2-m_{\rm e}{}^2c^4)}{m_{\rm n}{}^2c^4}\right]^{1/4}=5.0\times10^{-2} \tag{11}$$

で最小値

---

[1] ここでは相対論的な場合を考えているので化学ポテンシャルも静止質量を含んで定義する．

$$\frac{n_{\mathrm{p}}}{n_{\mathrm{n}}}=\left[\frac{Q+\sqrt{Q^2-m_{\mathrm{e}}^2c^4}}{m_{\mathrm{n}}c^2}\right]^{3/2}=1.35\times10^{-4} \tag{12}$$

をとる．これより中性子数密度が上昇すると，陽子中性子比は増加し，中性子が相対論的になった極限では 1/8 に近づいていく．

陽子中性子比が小さいときには，密度は

$$\rho\approx m_{\mathrm{n}}n_{\mathrm{n}}=m_{\mathrm{n}}\frac{p_{\mathrm{F,n}}^3}{3\pi^2\hbar^3}=\frac{m_{\mathrm{n}}^4c^3}{3\pi^2\hbar^3}x^3=6.11\times10^{15}x^3 \quad [\mathrm{g\,cm^{-3}}] \tag{13}$$

と近似される．陽子中性子比が最小値をとったときの密度は $7.7\times10^{11}\,\mathrm{g\,cm^{-3}}$ であり，核密度 $\rho_0=2.8\times10^{14}\,\mathrm{g\,cm^{-3}}$ よりはかなり小さい．また，この密度での電子の Fermi エネルギーは 2.5 MeV にすぎない．核密度に達したときは，$x=0.36$, $n_{\mathrm{p}}/n_{\mathrm{n}}=5.2\times10^{-3}$ であって，電子の Fermi エネルギーは約 60 MeV になっている．ここでの取り扱いは原子核の存在を無視した以外に，核子間の強い相互作用も無視したことにも注意しておく．密度が核密度程度以上になると，実際には強い相互作用の効果が重要になる．その詳しい研究は原子核物理学の最先端の課題の一つになっている．

b) 原子核との化学平衡

核密度以下の状態では，実際には原子核が存在しているので，中性子化は中性子過剰核の数密度の上昇から始まる．陽子数 Z，中性子数 N，質量数 $A=Z+N$ の原子核を考えよう．$A\gg1$ のとき，化学ポテンシャルへの Fermi 運動量の寄与は無視できるので，弱い相互作用

$$(Z,N)+e^-\leftrightarrow(Z-1,N+1)+\nu_{\mathrm{e}} \tag{14}$$

にたいする化学平衡の条件は

$$\mu(Z,N)+\mu_{\mathrm{e}}=\mu(Z-1,N+1) \tag{15}$$

$$\mu(Z,N)\approx m(Z,N)c^2=Zm_{\mathrm{p}}c^2+Nm_{\mathrm{n}}c^2+E(Z,N) \tag{16}$$

となる．ここで $E(Z,N)$ は原子核の結合エネルギー（に負符号を付けたもの）である．この過程では質量数 A は変わっていないことにも注意しておこう．$Z,N\gg 1$ では

$$\tilde{\mu}_{\mathrm{p}}=\frac{\partial E(Z,N)}{\partial Z}=E(Z,N)-E(Z-1,N) \tag{17}$$

$$\tilde{\mu}_{\mathrm{n}}=\frac{\partial E(Z,N)}{\partial N}=E(Z-1,N+1)-E(Z-1,N) \tag{18}$$

と近似すると，化学平衡の条件は

$$\mu_e = Q + \tilde{\mu}_n - \tilde{\mu}_p \tag{19}$$

と書かれる．電気的中性の条件は

$$n_e = \frac{Z}{A}\frac{\rho}{m_n} \tag{20}$$

と書かれる．

密度 ρ と質量数 A が与えられたとき，化学平衡と電気的中性の条件から Z/A が求まることになる．実際には核反応も起こるので A も変わっていく．どんな質量数の原子核が存在するかは核反応の起こり方によって決まる．核反応も自由に起こると近似すると，存在する原子核は一核子あたりのエネルギー（電子の寄与も含む）が最小になるものに転換していく．電子の化学ポテンシャルが無視できるときにはよく知られているように，この原子核は ^{56}Fe であるが，ここでは電子の寄与が重要になるのである．実際に密度 ρ にたいして，A，Z/A をもとめるためには広い範囲にわたる $E(Z, N)$ の知識が必要になる．このためには原子核の質量公式などが用いられるが，計算が繁雑になるので結果だけを示しておこう．

Z/A は普通の原子核では 0.5 に近いが，密度が大きくなるにつれて中性子化が進み，A は大きく，Z/A は小さくなっていく．$\tilde{\mu}_n$ は密度の小さいときには負であり，中性子を付加していくことができるが，これも密度とともに次第に増加し，密度が $4.3\times10^{11}\,\mathrm{g\,cm^{-3}}$ に達したとき，$\tilde{\mu}_n=0$ となる．この密度を超えると，$\tilde{\mu}_n>0$ となって，むしろ原子核から中性子を取り出したほうがエネルギー的に安定になるので，自由中性子が存在するようになるのである．これを Neutron Drip と呼ぶ．このときに存在している原子核は $Z=40$，$A=120$ 程度であり，電子の Fermi エネルギーは 27 MeV 程度になっている．原子核の存在のため，自由核子のみの場合に比べ中性子化は押えられ，電子も多量に存在している．

さらに密度が上昇すると自由中性子の量が次第に増えていく．密度が核密度 $\rho_0=2.8\times10^{14}\,\mathrm{g\,cm^{-3}}$ に近づくと陽子の化学ポテンシャルも正になり，自由陽子も存在するようになる．すなわち，原子核は溶解を始めていく．核密度では原子核は全てなくなり，中性子，陽子，電子の化学平衡状態が実現する．密度がさらに上昇したときのふるまいは，強い相互作用によって規定される．このような高密度核物質のふるまいは現在でもよく解かれてはいない．実際の中性子星の中心密度は核密度の 8 倍から 20 倍程度になっているとされている．

c) 中性子星の質量と内部構造

高密度での状態方程式が与えられたとき，星の中心密度と中心圧力を与えれば星の半径と質量は一意的に決まる．図 4.1 に示すように，星の中心密度が白色矮星の中心密度から上昇していくとき，中心圧力はほとんど変わらないので，星の半径や質量は小さくなっていく．一定の質量の星を考えると，このことは星は中心密度が増えると不安定になっていくことを意味している．密度が Neutron Drip の密度をこえ，自由中性子が多量に存在するようになると中性子の Fermi エネルギーが十分大きくなり，中性子の縮退圧で重力を支えることができるようになって星は再び安定になる．これが中性子星である．白色矮星の場合と同様に中性子星にも最大質量がある．自由中性子の縮退圧のみを考えると，Newton 力学の範囲では最大質量は $5.8M_\odot$ となるが，当然一般相対論の効果は大きく，これを考慮すると $0.7M_\odot$ となる．実際には中性子は自由ではなく，強い相互作用をしており，その効果を無視できない．中性子星のような高密度の領域での状態方程式は不明の点が大きいが，核子間の平均距離が小さく，核力は反発力となっているので中性子星の最大質量は $2M_\odot$ 程度になるものと考えられている．一方，中性子星の最小質量は原子核の溶解が起こる程度の密度に対応し，およそ，$0.1M_\odot$ である．次節以下で述べるように観測されている中性子星の質量は $1.4M_\odot$ 程度に集中しているが，これは実際に存在する中性子星が大質量星の超新星爆発の結果生成されることを反映しており，より軽い中性子星を作るような進化の道筋が存在しないことを意味している．

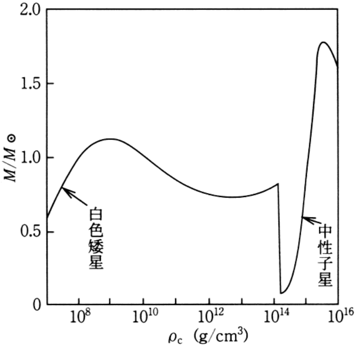


図 4.1 温度ゼロの縮退星の質量と中心密度の関係曲線の右下がりの部分は不安定な星である．右上がりの部分は安定な星で白色矮星と中性子星の二つの分枝がある．

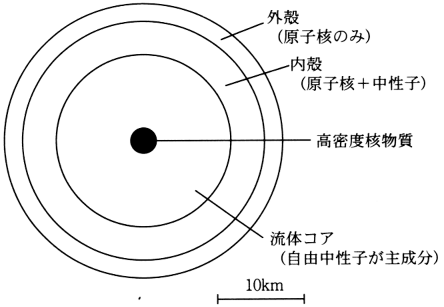


図 4.2　中性子星の内部構造の模式図

現実の中性子星の内部構造を考えよう．図 4.2 にその構造を模式的に示す．中心密度は核密度を超えているが表面密度は低いので，半径とともに密度が減少し，b）で述べたような物質の状態が実現している．中心では高密度核物質の状態となっているが，やや外にいくと原子核と自由中性子との共存状態が続く．さらに外層では中性子過剰な原子核が存在し，原子核は格子を組んで固体となっている．表面では通常の原子核が存在するが，次節に述べるように多くの中性子星は強い磁場をもっているので，原子構造は通常の原子から大きく変わることになる．自由中性子は核力のスピン依存性によって超流動状態になっていると考えられている．観測されるパルサーや X 線星の回転は星の表面の回転を表わしているが，星の表面と磁場を介して結合しているのは荷電粒子の成分であり，超流動状態の中性子は独立にふるまうことになる．パルサーにはグリッチと呼ばれる回転周期が突然変化する現象が観測されている．通常は回転エネルギーの減少とともに回転周期はゆっくりと長くなっていくが，グリッチでは突然周期の減少が起こる．観測される周期は表面と結合した成分の回転を表わしており，周期の増大は表面と結合した成分で起こっており，超流動中性子成分の回転周期は変化しない．そのため，2 成分間の回転角速度の間に差が生じる．グリッチは，この差がある限界を超えると何らかの原因で 2 成分の間で急速な角運動量輸送が起こり，表面成分の回転角速度が大きくなる現象と解釈されている．

4.3 パルサー

1967年に発見された電波パルサーは，非常に正確な周期の電波パルスを放出している天体である．これまでに500個以上のパルサーが発見されているが，その周期は1.6ミリ秒から4秒程度にわたっている．その正確さと短かさから，周期は天体の回転によるものであることがわかる．回転する天体が安定に存在できるためには，遠心力が重力を超えてはならない．この条件から，質量を$1M_\odot$とすると，周期1秒にたいして半径は1.5×10^8cm以下，周期が1ミリ秒だと半径は1.5×10^6cm以下でなくてはならないことになる．理論的にこの条件を満たす天体としては中性子星以外にはない．パルサーの発見により，理論的に予見されていた天体，中性子星が実際に存在することが示されたのである．

パルサーの周期は長時間の間に増加していることが観測されている．これは，中性子星の回転エネルギーが減少していること，またパルサーのエネルギー源が中性子星の回転エネルギーであることを示している．ただし，観測される電波放射の光度は回転エネルギーの減少率のほんのわずかの部分（10^{-2}以下）を占めるに過ぎない．その大部分はパルサーから吹き出されるパルサー風の運動エネルギーとして放出されていると考えられている．周囲の物質との相互作用により，パルサー風の運動エネルギーが散逸されれば，かに星雲のようなパルサー星雲が生成される．パルサーの観測はパルサーのモデルのみならず，中性子星の内部構造と高密度核物質の物理，超新星爆発や星間物質の問題とも深い関係がある．パルサーを生み出す超新星爆発の頻度とパルサーの数との関係，パルサーの大きな空間速度の起源，パルサー観測からえられる星間物質中の電子密度や銀河磁場の情報などである．しかし，ここではもっぱらパルサーモデルそのものに議論を集中しよう．

いくつかのパルサーについては，可視光，X線，ガンマ線でもパルスが観測されている（図4.3参照）．それらの光度は電波よりもはるかに大きいがそれでも，回転エネルギーの減少率の10%を超えることは稀である．パルスの位相はそれぞれの波長域で異なっていることが多いが，その解釈にはまだ定説はない．最も有名なパルサーである，かにパルサーは超新星残骸中にあり，パルサー近傍には拡がったシンクロトロン星雲が観測されている．この拡がった成分は電波から超高

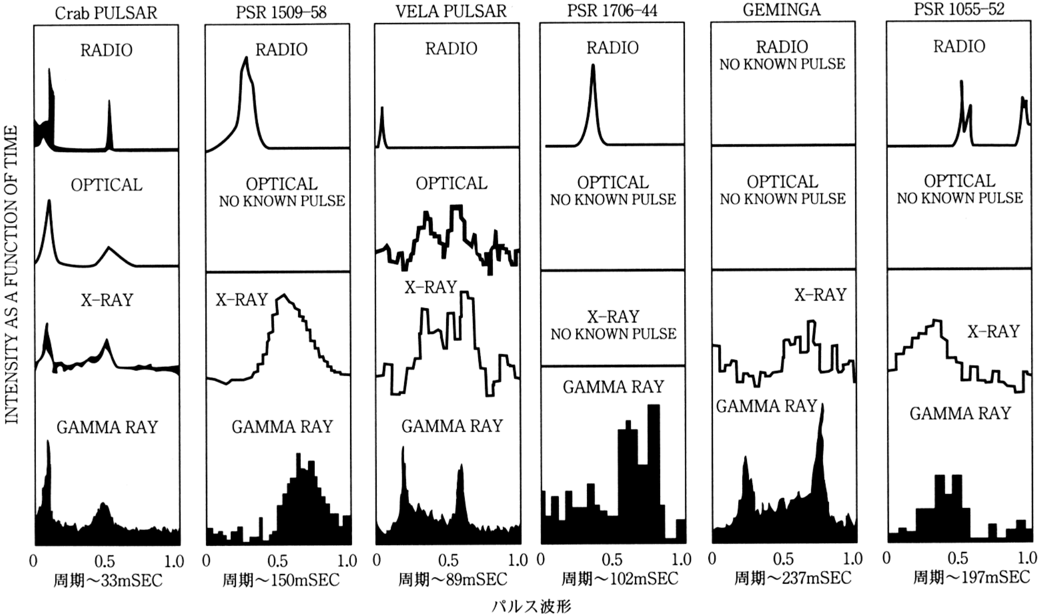


図 4.3 ガンマ線で検出されている 6 個のパルサーの電波，可視光，X 線，ガンマ線でのパルス波形
(D. H. Hartmann : *Astronomy and Astrophysics Review*, vol. 6, 1995).

エネルギーガンマ線までの全領域で輝いており，この成分の光度と星雲の膨張運動に与えられている仕事率を加えたものは，中心にあるパルサーの回転エネルギーの減少率とほぼ等しいことが知られている．すなわち，回転エネルギーの大部分は周囲の星雲に運ばれているのである．このようなきれいな例は他になく，周りに星雲が観測されていないものが大多数である．星雲が観測されていてもエネルギー収支の辻褄があっているものはほとんどない．理論的には，回転エネルギーは相対論的なパルサー風として放出されると考えられるので，これらの観測はパルサー風のエネルギーのほとんどはパルサー星雲の内部エネルギーとして蓄えられており，その放射効率は一般にはかなり低いことを示唆している．

回転する中性子星がパルサーとして観測されるためにはパルスを放出する場所が必要であり，これは中性子星が強い磁場を持っており，その磁極で電波パルスが形成されていると考えればよい．さらに，図 4.4 に示すように，磁極は回転軸上にはなく，回転にともなって，磁極から放出される電波ビームの方向も回転し，観測者がビーム内にいるときにのみパルスが観測されるとすればよい．これを灯台モデルと呼ぶ．標準的なモデルでは磁場としては双極子型のものを考える．以下で評価するように大部分のパルサーについて磁場の強さは 10^{12}G 程度以上と考えられている．パルサーの年齢は周期と周期の減少率から推定されるが，ほとん

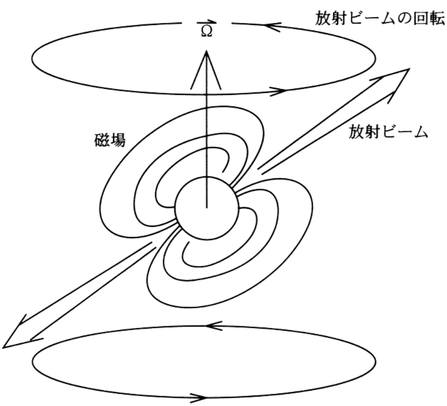


図 4.4 パルサーの灯台モデルの模式図

どは 10^3 年から 10^7 年程度である．周期が非常に短いミリ秒パルサーの多くは年齢が 10^9 年程度になるものが多く，また磁場も 10^9G 程度と弱い．さらに，質量の軽い星と連星系をなしていることが多く，その起源と進化が普通のパルサーとは異なると考えられている．

以上の一般的描像をもとに，以下ではもう少し具体的な物理的モデルをいくつか考えてみよう．パルサーモデルは磁気双極子輻射と単極誘導の 2 つのモデルを基本としているがいずれもエネルギー収支のレベルにとどまっており，パルス成分の放射，相対論的パルサー風の生成などの具体的物理過程については現在研究が大きく発展している段階にあり，ほとんどが未解決の問題として残されているといっても過言ではない．

a） 磁気双極子放射

パルサーからのエネルギー放出率を定量的に評価してみよう．パルサーの磁場が双極子で与えられ周りは真空であると仮定しよう．真空中におかれた回転する磁気双極子からの放射は古典電磁気学に基づいて正確に計算される．磁気モーメントを μ，角振動数を Ω とおくと，光円柱半径 $r_{\rm lc}=c/\Omega$ より遠方では電磁場としては波動場が卓越し

$$\vec{B}=\frac{1}{c^2 r}(\ddot{\vec{\mu}}\times\vec{n})\times\vec{n} \tag{1}$$

$$\vec{E}=\frac{1}{c^2 r}\,\vec{n}\times\ddot{\vec{\mu}} \tag{2}$$

となる．$\vec{n}$ は方向を示す単位ベクトルであり，「 $\dot{}$ 」は時間微分を表わす．これから，磁気双極子放射の光度 $L_{\rm md}$ は

$$L_{\rm md}=\frac{2\ddot{\vec{\mu}}^2}{3c^3}=\frac{2\mu^2\Omega^4\sin^2\chi}{3c^3} \tag{3}$$

となる．ここで χ は回転軸と磁軸とのなす角である．

実際の中性子星の代表的な数値を使って，磁極での磁場を $B_*=B/10^{12}$G，星の半径を $R_*=R/10^6$cm と規格化する．回転周期を Ps とし，$\mu\equiv 1/2BR^3$，$P=2\pi/\Omega$ の関係を使うと，$\chi=\pi/2$ にたいして

$$L_{\rm md}=9.62\times 10^{30}B_*{}^2R_*{}^6P^{-4}\quad[\mathrm{erg\ s^{-1}}] \tag{4}$$

をえる．磁気双極子放射の振動数は星の回転周期の逆数であり，放出される電磁波の波長は $\lambda=c/\Omega$ であり，光円柱半径に等しい．これは著しく低振動数，長波長

の波である．

この光度を星の回転エネルギーの減少率と等しいとおくと，星の慣性モーメントを $I=I_*\times10^{45}\,\mathrm{g\,cm^2}$ として

$$I\Omega\dot{\Omega}=-\frac{4\pi^2 I\dot{P}}{P^3}=-L_{\mathrm{md}} \quad (5)$$

をえる．これから

$$\dot{P}=2.44\times10^{-16}\frac{{B_*}^2{R_*}^6}{PI_*} \quad (6)$$

をえる．この式はすぐに積分できて，初期値を $P(0)$ とすると

$$P(t)=\left(P(0)^2+4.88\times10^{-16}\frac{{B_*}^2{R_*}^6}{I_*}t\right)^{1/2} \quad \text{〔s〕} \quad (7)$$

となる．現在の年齢は

$$t=\frac{P^2-P(0)^2}{2P\dot{P}} \quad (8)$$

で与えられるが，$P(0)=0$ と近似すると，

$$t=\frac{P}{2\dot{P}} \quad (9)$$

となる．この式はパルサーの年齢を推定するときによく使われる．また磁場の大きさは，式 (6) で P と $\dot{P}$ に観測値を使い，I と R を仮定して，

$$B=1.14\times10^{13}\left(\mathrm{P}\frac{\dot{P}}{10^{-6}\,\mathrm{s\,yrs^{-1}}}\right)^{1/2}{I_*}^{1/2}{R_*}^{-3} \quad \text{〔G〕} \quad (10)$$

と推定される．観測されたパルサーの P-$\dot{P}$ 平面での分布を図 4.5 に，B-P 面上

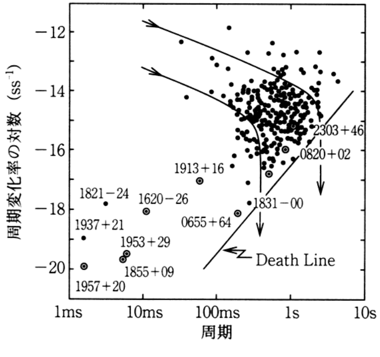


図 4.5　パルサーの周期と周期変化率の関係の観測

多くのパルサーは周期 1 秒程度のところに分布しているが，周期変化率がある程度小さくなったものは観測されていない．この線を死線と呼んでいる．丸で囲まれたものは連星パルサーを示す．ミリ秒パルサーと呼ばれる周期が 10 ミリ秒以下のものは周期変化率も小さく，普通のパルサーとは異なった成因を持っていると考えられる (G. Srinivasan : *Astronomy & Astrophysics Review,* vol. 1, 1989)．

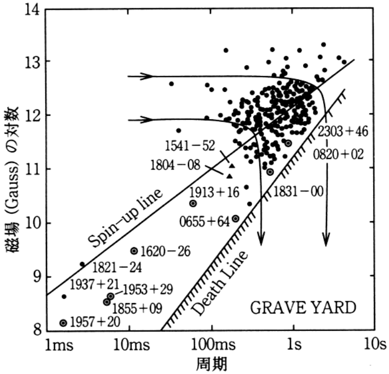


図 4.6 パルサーの周期と磁場の関係の観測 (G. Srinivasan : Astronomy & Astrophysics Review, vol. 1, 1989).

の分布を図 4.6 に示す.

磁気双極子放射以外のエネルギー損失の可能性も含め，もう少し一般的に考えて，回転エネルギーの放出率が Ω^{n+1} に比例するとすると，制動指数 n は

$$n=\frac{\ddot{\Omega}\Omega}{\dot{\Omega}^2} \tag{11}$$

から決められる. 磁気双極子放射なら $n=3$ になるはずである. 制動指数を決めるためには $\ddot{P}$ の観測が必要であるが，これまで $\ddot{P}$ の観測されているパルサーは数個しかない. かにパルサーでは $n=2.5$ であり，その他のものも 3 からずれている. しかし，これが何を意味しているのかはよくわかっていない.

理論的には磁気双極子放射のエネルギー放出率の評価は磁気双極子放射に特有のものではなく，かなり一般的なものである. 次元解析的に考えると，光円柱付近の磁場の強さは

$$B_{\rm lc}\sim\frac{BR^3}{{r_{\rm lc}}^3} \tag{12}$$

なので，ここから磁場のエネルギー密度が光速で放出されるとして

$$L\sim4\pi {r_{\rm lc}}^2\left(\frac{{B_{\rm lc}}^2}{8\pi}\right)^2 c\sim L_{\rm md} \tag{13}$$

をえるからである. このように考えると，観測される制動指数の不一致にもかかわらず，磁気双極子放射のエネルギー放出率はエネルギー放出の評価としては，ほぼ正しいものとみてよいであろう. しかし，磁気双極子放射は極端に低い振動

数の電磁波を全ての立体角にわたって放出しているが，これは直接に観測される電磁波ではない．磁極付近から放出される高振動数の電磁波の放射など，より現実的なモデルには荷電粒子の存在を考慮にいれた磁気圏の考察が必要になる．

b) 強い電磁場中の荷電粒子の運動

磁気双極子放射が現実に起こっているかどうかは別にして，磁気双極子放射と荷電粒子の相互作用は興味ある古典電磁気学の問題である．上に与えた式からわかるように，極方向に伝播する波は円偏光しており，赤道面方向に伝播する波は直線偏光をしている．一般の場合は読者の計算に任せることにして，赤道面方向に伝播する波の場合を考えよう．簡単のため，磁軸と回転軸とは垂直であるとする．光円柱以遠での電磁場の強さは

$$E_\theta = B_\varphi = 2.2\times10^4 B_* R_*{}^2 P^{-2}\frac{\sin(\Omega(t-r/c))}{r/R} \quad [\mathrm{erg}^{1/2}\,\mathrm{cm}^{-3/2}] \qquad (14)$$

となる．波の強さは波の磁場によるジャイロ振動数 $\omega_c = ZeB/mc$ と波の角振動数 Ω との比で定義される強度パラメータ

$$\nu \equiv \frac{\omega_c}{\Omega} \qquad (15)$$

で表わされる．ここで Z と $A\equiv m/m_p$ は粒子の荷電数と質量数である．数値的には

$$\nu = 3.4\times10^7 \frac{Z}{A}\frac{B_* R_*{}^2 P^{-1}}{r/R} \qquad (16)$$

となる．

典型的なパラメータにたいしては光円柱からかなり遠方まで，$\nu\gg1$ となるが，このような場合を強い波と呼ぶ．普通の電磁波では逆に $\nu\ll1$ が成立しているが，このとき波によって荷電粒子の得る運動量は ZeB/Ω の程度であってこれは mc よりもはるかに小さい．したがって粒子は非相対論的なエネルギーにとどまったままであり，Lorentz 力の影響は小さく，粒子は波の振動電場とともに線形的に振動する．これにたいし，ここで考えている強い波の場合には荷電粒子の得る運動量が mc より大きくなって粒子の速度が c に近づき，Lorentz 力によって軌道が大きな影響を受けるようになる．粒子にとって波は近似的には静的な場となるのである．その結果粒子の運動は非線形的になる．

電磁場中の荷電粒子の運動方程式は

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = Ze\left(\vec{E} + \frac{1}{c}\vec{v}\times\vec{B}\right) \tag{17}$$

で与えられる．波が z 方向に伝播する直線偏光した平面波である場合を考えておこう．偏光の方向を x 方向とすると，波の電磁場は χ を波の位相として，

$$E_x = B_y = B_0 \sin\chi = B_0 \sin\Omega\left(t - \frac{z}{c}\right) \tag{18}$$

となる．運動方程式は

$$\frac{dp_x}{dt} = Ze\left(1 - \frac{v_z}{c}\right)B_0 \sin\chi \tag{19}$$

$$\frac{dp_y}{dt} = 0 \tag{20}$$

$$\frac{dp_z}{dt} = Ze\frac{v_x}{c}B_0 \sin\chi \tag{21}$$

となる．粒子の軌跡にそった波の位相の時間変化は

$$\frac{d\chi}{dt} = \Omega\left(1 - \frac{v_z}{c}\right) \tag{22}$$

で与えられるので，p_x は

$$p_x = -\nu mc(\cos\chi - \cos\chi_0) \tag{23}$$

と求められる．ここで，粒子は $\chi = \chi_0$ で静止していたとしている．

エネルギー変化の式は，Lorentz 因子を γ として，

$$\frac{d\gamma}{dt} = \frac{Ze}{mc^2}v_x B_0 \sin\chi \tag{24}$$

となるが，これから，

$$\gamma = \frac{p_z}{mc} + 1 \tag{25}$$

の関係があることがわかる．これらを使って，

$$p_z = \frac{\nu^2}{2}mc(\cos\chi - \cos\chi_0)^2 \tag{26}$$

をえる．

上の解からわかるように，粒子は波の位相とともに振動する．粒子は Lorentz 因子が ν^2 程度という途方もない大きな最大エネルギーを持つことになる．しかし，粒子の見る波の位相変化率が

$$\frac{d\chi}{dt} = \frac{\Omega}{\gamma} \tag{27}$$

となるので，粒子の振動の周期は

$$T=\frac{1}{\Omega}\int_0^{2\pi}\gamma d\chi=P\left\{1+\frac{1}{4}\nu^2(1+2\cos^2\chi_0)\right\} \tag{28}$$

となり，波の周期に比べておよそ ν^2 倍だけ大きくなる．この間に粒子の進む距離は銀河の大きさをもはるかに超えてしまう．実際には粒子は振動することなく，ある程度加速された後には，波の一定の位相に捕捉されることになるのである．

現実には，波は平面波ではなく球面波であり，遠方にいけば場の強さは減少する．これらの効果を摂動として扱ってみよう．まず，波の位相を

$$\chi=\chi_0+\chi_1 \tag{29}$$

と展開し，χ_1 は 1 に比べて非常に小さいとすると

$$\gamma=\frac{\nu^2}{2}\chi_1{}^2\sin^2\chi_0 \tag{30}$$

と近似される．位相が χ_1 だけ変わる間に，粒子は

$$z\approx\int cdt=\frac{c}{\Omega}\int\gamma d\chi=r_{\rm lc}\frac{\nu^2\chi_1{}^3}{6}\sin^2\chi_0 \tag{31}$$

だけの距離を進む．したがって，距離 z だけ進んだときの Lorentz 因子は

$$\gamma=\left(\frac{3z\nu\sin\chi_0}{\sqrt{2}\,r_{\rm lc}}\right)^{2/3} \tag{32}$$

となる．平面波的な取扱いは，せいぜい z が初期の半径 r_0 の程度までしか正しくないので，$z\sim r_0\sim r_{\rm lc}$ ととると，最大の Lorentz 因子は $\nu_0{}^{2/3}$ の程度となる．ここで，ν_0 は光円柱半径での強度パラメータである．より詳しい解析をしてもほぼ同様の結果が得られる．そこで，$\chi_0=\pi/2$ とすると，数値的には

$$\gamma_{\max}=6.1\times10^2\left(\frac{Z}{A}\right)^{2/3}B_*{}^{2/3}R_*{}^2P^{-4/3} \tag{33}$$

をえる．

この結果の意味するところは，強い波によって荷電粒子は波の伝播方向に加速されるということである．強い波が光円柱より外まで伝搬し，かつそこに荷電粒子が多数存在すれば，パルサーから相対論的な速度を持ったプラズマ風が吹き出ることになる．同時に，荷電粒子の存在は，このような低振動数の波の性質を著しく変えてしまう．粒子数密度にもよるが，通常，プラズマ振動数 $5.6\times10^4 n_e{}^{1/2}\mathrm{s}^{-1}$ は波の振動数よりもはるかに大きい．弱い波の場合には，プラズマに入射した波は屈折により反射されるだけだが，強い波の場合にはプラズマとの相互作用によ

り，プラズマ中にさまざまの不安定性を引き起こし，かなりのエネルギーや運動量がプラズマに与えられることが期待される．このような過程は実験室ではレーザー・プラズマ相互作用として研究されている．詳細にはまだ不明の点が多いが，結果として個々の粒子の加速というよりは，プラズマ全体の加速，すなわち，相対論的なパルサー風が生起されるものと予想される．

c) 単極誘導

磁気双極子輻射はエネルギー損失率や角運動量損失率に関しては明快な描像を与えるが，パルスの形成機構に関しては具体的機構が不明である．電波パルスの詳細な観測からはパルスは光円柱半径内，おそらく中性子星の磁極付近で形成されるという見方が有力である．磁極付近の状態は定常的であり，これが回転によりパルスとして観測されることになる．したがって，磁極付近の物理は本質的には磁軸と回転軸の揃った軸対称定常な系でも実現されていると考えられる．この系でのエネルギー損失は，真空中を回転する磁石が表面に起電力をつくり出す単極誘導という機構によるものである．

これを具体的に考えよう．磁場は中性子星の中心におかれた強さ μ の磁気双極子で記述されるとする．球座標では

$$B_r=\frac{2\mu\cos\theta}{r^3} \tag{34}$$

$$B_\theta=\frac{\mu\sin\theta}{r^3} \tag{35}$$

となる．中性子星の物質は導体なので，物質の局所共動系では電場が消える．慣性系では，速度を $\vec{v}$ として

$$\vec{E}=-\frac{\vec{v}}{c}\times\vec{B} \tag{36}$$

となる．$\vec{v}$ に回転速度 $v_\varphi=r\Omega\sin\theta$ を代入して，

$$E_r=\frac{\Omega\mu}{c}\frac{\sin^2\theta}{r^2} \tag{37}$$

$$E_\theta=-\frac{\Omega\mu}{c}\frac{2\sin\theta\cos\theta}{r^2} \tag{38}$$

をえる．星の内部の静電ポテンシャルは C を定数として

$$\Phi_{\rm int}=\frac{\Omega\mu\sin^2\theta}{cr}+C \tag{39}$$

となる．星の内部の電荷分布は

$$\rho_e=\frac{\operatorname{div}\vec{E}}{4\pi}=-\frac{\Omega\mu}{2\pi cr^3}(3\cos^2\theta-1)+\frac{2\,\Omega\mu}{3c}\delta(\vec{r}) \tag{40}$$

となる．最後のデルタ関数の項の存在は Gauss の定理を使っても示されるし，$\vec{E}$ に階段関数 $\theta(r)$ をつけておいて，$d\theta(r)/dr=\delta(r)$ を使っても導かれる．

星の外部は真空だとすると，そこでの電場は多重極場で記述されるが，静電ポテンシャルと電場の θ 成分の連続性から四重極場になることが示される．すなわち，

$$\Phi_{\mathrm{ext}}=-\frac{\Omega\mu R^2}{3c}\frac{3\cos^2\theta-1}{r^3} \tag{41}$$

$$E_r=-\frac{\Omega\mu R^2}{c}\frac{3\cos^2\theta-1}{r^4} \tag{42}$$

$$E_\theta=-\frac{\Omega\mu R^2}{c}\frac{2\sin\theta\cos\theta}{r^4} \tag{43}$$

となる．式 (39) の定数 C は

$$C=-\frac{2\,\Omega\mu}{3cR} \tag{44}$$

となる．星の表面での E_r のとびから表面電荷密度は

$$\sigma_e=-\frac{\Omega\mu}{2\pi cR^2}\cos^2\theta \tag{45}$$

となる．これを表面で積分するとちょうど中心電荷を打ち消すものになり，星は全体として電荷がゼロになっている．

このような電磁場のもとで荷電粒子がどのようなふるまいを示すか考えてみよう．求めた外部電場は磁場方向の成分

$$\frac{\vec{E}\cdot\vec{B}}{B}=-\frac{\Omega\mu R^2}{cr^4}\frac{4\cos^3\theta}{\sqrt{3\cos^2\theta+1}} \tag{46}$$

を持っている．この電場の大きさは重力に比べはるかに大きいので，星の表面付近にある電荷は電場の影響で運動を始め，その結果，星の周囲には荷電粒子で埋まった磁気圏が形成される．電荷分布は局所共動系での電場を打ち消すように分布するので，磁気圏での電場や電荷分布は星の内部のものと同じ形をとるであろう．但し，星の内部では正負の荷電粒子の数密度の微少な差が電荷密度を与えるのにたいし，磁気圏ではより荷電分離に近い状態が実現されると予想される．完全に荷電分離した状態での粒子密度を Goldreich-Julian 密度と呼んでいる．すな

わち，

$$en_{\mathrm{GJ}}=\rho_{\mathrm{e,GJ}}=-\frac{\Omega\mu}{2\pi cr^3}(3\cos^2\theta-1) \qquad (47)$$

である．磁軸と回転軸とが平行な場合は $\cos\theta>1/\sqrt{3}$ の領域には負の電荷が，$\cos\theta<1/\sqrt{3}$ の領域には正の電荷が分布することになる．磁軸と回転軸とが反平行な場合にはその逆になる．

磁場のエネルギー密度は非常に大きいので，磁気圏の荷電粒子の集団は星とともに共回転しようとする．電場は磁場と垂直になり，磁力線は等ポテンシャル線となる．$\vec{E}\times\vec{B}$ ドリフトが共回転運動をもたらす．しかし，共回転する閉じた磁気圏は全ての磁力線で実現されるわけではない．光円柱を超えた領域では共回転速度が光速を超えるので，共回転は不可能である．荷電粒子の集団の運動による双極子磁場の変形が無視できるとすると，共回転できる磁力線は，赤道面で共回転半径を通るものであり，この磁力線は星の表面を

$$\sin^2\theta_0=\frac{\Omega R}{c} \qquad (48)$$

を満たす角度で通過する．右辺は一般に 1 に比べて小さいので

$$\theta_0=\sqrt{\frac{\Omega R}{c}} \qquad (49)$$

と近似される．この臨界磁力線で囲まれた星の表面付近が磁極領域とみなされる．図 4.7 にこのモデルの模式図を示しておく．

磁極領域からでた磁力線は閉じた共回転磁気圏を形成することができないの

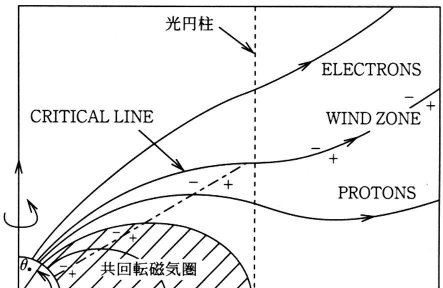


図 4.7 回転軸と磁軸とが揃っている場合の磁気圏の構造の模式図
(P. Goldreich & W. H. Julian: *Astrophysical Journal*, vol. 157, 1969).

で，光円柱の外部まで延びた開いた磁力線となる．開いた磁力線に沿っては荷電粒子が流出できるので，これにより中性子星の回転エネルギーが失われる．中性子星の回転エネルギーの損失率は起電力が電流になす仕事率として評価される．Goldreich-Julian 密度の荷電粒子が光速で流出するとして，電流密度が求められる．個々の粒子の得るエネルギーは，電荷 Ze と平均のポテンシャル差の積で与えられる．後者を，開いた磁気圏の磁力線の間のポテンシャルの差の最大値の半分とすると，個々の粒子のエネルギーは

$$Ze\frac{\Omega^2\mu}{2c^2}=3.29\times10^{12}\frac{ZB_*R_*{}^3}{P^2}\quad〔\mathrm{eV}〕\tag{50}$$

となる．これらを使って，エネルギー損失率は

$$L_{\mathrm{ui}}=\frac{\mu^2\Omega^4}{4c^3}\tag{51}$$

となる．これは磁気双極子輻射の公式と数係数が異なるのみである．したがって，回転エネルギーの損失率としては，どちらの機構もほとんど同じものを与えるのである．式(50)で与えられたエネルギーは TeV 以上の大きなエネルギーとなり，パルサーやパルサー星雲からの高エネルギー放射と密接な関係をもつことを示唆している．しかし，これは個々の粒子が実際にこのエネルギーまで加速されることを必ずしも意味しない．以下に述べるようにパルサー風中の数密度は電子陽電子対の生成により，Goldreich-Julian 密度よりはるかに大きくなっており，個々の粒子のエネルギーはその分だけ小さくなるべきだからである．

さて，磁極から流出する荷電粒子あるいはプラズマのふるまいについて少し具体的に考えてみよう．光円柱内部の領域では，荷電粒子のエネルギー密度に比べ磁場のエネルギー密度ががはるかに大きい．このようなとき，慣性力(加速度項)と Lorentz 力とがつりあうためには，実際には Lorentz 力がゼロという状態が実現されていることになる．すなわち荷電粒子は一定のエネルギーで磁場に沿って運動するだけなのである．光円柱以遠の具体的なふるまいは，そこでの物質との相互作用に依存する．もし磁力線が閉じることなく無限遠まで開いているとすると，無限遠での静電ポテンシャルはゼロなので，どこかで磁力線に沿った電圧降下が存在し，星の表面との間には

$$\Phi=\frac{\Omega\mu\sin^2\theta}{cR}+C\tag{52}$$

の起電力が働くことになる．C は磁気圏がある場合には真空の場合と異なる値を

とるが，いずれにせよ，荷電粒子が加速され磁極から無限遠に向かって流出することになる．磁気圏では電荷密度があるので，この粒子の流れは電流を伴っている．中性子星が荷電中性を保つためには電流は閉じていなければならないので，開いた磁気圏の一部からは負の電流が，他の部分からは正の電流が流れることになる．しかし，このような描像は電圧降下を起こす具体的な物理過程が不明である点で不満足なものである．

むしろ，パルサーから出た磁力線は無限遠まで届かず，十分遠方で閉じていると考える方が自然であろう．この場合，光円柱より外ではプラズマはパルサーと共回転せず，動径方向に流れ出すことになる．赤道面対称性から電流が一つの磁力線上で閉じることはないので，電流はどこかで磁力線を横切っていることになる．このとき $\vec{J}\times\vec{B}$ の電磁力によってプラズマが加速されることになる．何らかの機構で粒子が磁場を横切ってドリフトすることによって，静電ポテンシャルの異なる磁力線に移るときには，電場によって仕事をされ粒子のエネルギーが増加することができる．これをマクロにみれば，磁場が電流になす仕事になっているわけである．実際，かにパルサーの観測などからはパルサー風ではプラズマの運動エネルギーが磁場のエネルギーを大きく上回っていることが示唆されており，この描像の方が有力視されている．しかし，磁場のエネルギーが卓越している光円柱の領域から，運動エネルギーが卓越したパルサー風を作り出す具体的な理論モデルはまだ確立していない．

単極誘導のモデルの示すところは，本質的にはパルサーの周囲は真空ではありえず，自発的に磁気圏が形成され，その結果開いた磁力線を通じて粒子とエネルギーの流れが生じるというものである．この考えは基本的には正しいものと考えられるが，上に述べた問題以外にもいくつかの解決されていない問題点がある．電荷の符号を固定するために回転軸と磁軸とが揃っているとする．まず，磁気圏で完全な荷電分離が実現されているとすると，正電流の磁力線の星の近傍には負電荷が存在しているので，正電荷の源は実は存在しないことになる．全ての磁力線に沿って負電荷が流出するとすると，星はすぐに帯電し流れを止めてしまうことになる．星の帯電を防ぐためには，負電荷が星に向かって流れ込むような磁力線が存在しないといけない．負電荷は極付近の磁力線に沿って流出し，どこかで磁力線を横切って，極から離れた磁力線に沿って星に流れ込むことになる．このような流れはいかにも不自然であり，現実的とは思われない．電波やガンマ線の

パルスの観測は電子陽電子対の存在抜きには説明できないので，実際に起こっていることは何らかの原因によって生じた電子陽電子対が大量に存在し，陽電子が流出するか電子が流入する磁力線が存在しているものと考えられる．この問題を電流閉鎖の問題と呼ぶが，未だに整合的なモデルは求められていない．

上に述べたように，磁場からパルサー風へのエネルギーの移行は光円柱半径以遠で起こっていることになる．しかし，パルス成分の放射や電子陽電子対の生成を説明するためには，利用できる静電ポテンシャル差の内，いくばくかの部分が光円柱以内で粒子になされる仕事に費やされていなければならない．すなわち，光円柱半径以内の磁気圏でも磁力線に沿った電場がある程度存在しており，そのため粒子の加速が起こり，何らかの機構で電子陽電子対の生成が起こっているのである．このような沿磁力線電場の存在は以下のように理解されるであろう．磁場は Maxwell の方程式 $\mathrm{div}\,\vec{B}=0$ をみたす．定常状態では電流密度も $\mathrm{div}\,\vec{j}=0$ をみたす．磁極付近では電流は磁力線に沿って流れるとみなせるので，磁力線に沿って電流密度は磁場の強さに比例することになる．電流密度の大きさ自体は磁気圏の構造全体から決められるべき量である．荷電粒子の数密度がちょうど Goldreich-Julian の数密度になっていれば沿磁力線電場はゼロになるが，このとき一般には電流密度が一定にはならないのである．すなわち，一定の電流密度が流れているときには，実際の数密度と Goldreich-Julian の数密度には差が生じ，その差により荷電粒子を加速する電場が生じるのである．

このような沿磁力線電場が存在する領域としては磁極付近以外に，磁力線の向きが回転軸と平行になり，$\rho_{\mathrm{e,GJ}}=0$ となる領域が考えられている．磁極付近に沿磁力線電場が存在し，そこにパルス成分の起源を求めるモデルをポーラーキャップモデルと呼ぶ．これにたいし，後者にその起源を求めるモデルをアウターギャップモデルと呼ぶ．どちらのモデルが現実に近いか，あるいはどちらにも電場が存在するのかについてはいまだ明らかではない．このようにパルサー磁気圏については以上のような定性的描像が描けるが，詳細については多くの点が不明のまま残されているのが現状である．

4.4 X 線 星

中性子星の存在は，パルサーの発見とほぼ同時期に X 線星の発見によっても確

認された．近接連星系中に存在する中性子星は伴星から放出されたガスを降積し，重力エネルギーを解放してX線で明るく輝くのである．また，X線星のなかには質量が中性子星の上限質量を超えるような重たいものもいくつか発見されており，これらはブラックホールであると考えられている．中性子星からなるX線星は中性子星の自転による周期性がきれいに観測されるX線パルサーと，自転周期がほとんど観測されないものとに大別される．後者は低質量X線連星と呼ばれることが多い．X線パルサーは強い磁場をもっているため，降積が磁極に集中し，電波パルサーと同じ理由で自転周期が観測されるのにたいし，後者のX線星は磁場が弱く，中性子星の全面でX線を放出するため，自転周期が観測されないものと考えられている．X線星のような天体にたいしては一般相対論的な効果が興味あるのであるが，基本的なモデルはNewton力学の範囲で理解でき，また10%程度の範囲では正確であるので，ここではNewton力学で取り扱う．

a) 中性子星への降積

中性子星の質量をM，半径をR，降積率を$\dot{M}$としよう．表面での重力ポテンシャルの深さは

$$\frac{GM}{R}=1.33\times10^{20}\frac{M}{M_\odot}\left(\frac{R}{10\,\mathrm{km}}\right)^{-1}\quad[\mathrm{erg\,g^{-1}}] \tag{1}$$

となる．この値は静止質量エネルギーの15%にもなっている．また，利用できる核エネルギーの17倍もあるので，中性子星への降積ではエネルギー源は主に重力エネルギーとなる．その光度は

$$L=\frac{GM\dot{M}}{R}=1.33\times10^{38}\frac{M}{M_\odot}\frac{10\,\mathrm{km}}{R}\frac{\dot{M}}{10^{18}\,\mathrm{g\,s^{-1}}}\quad[\mathrm{erg\,s^{-1}}] \tag{2}$$

となり，$10^{-8}M_\odot\,\mathrm{yr}^{-1}$程度の降積率でEddington光度に達する．ここでEddington光度はThomson散乱による輻射力と重力とがつり合う光度で，定常球対称の光源にたいする最大光度を与えている．完全電離の水素ガスにたいしては

$$L_{\mathrm{Edd}}=\frac{4\pi cGMm_{\mathrm{p}}}{\sigma_{\mathrm{T}}}=1.26\times10^{38}\frac{M}{M_\odot}\quad[\mathrm{erg\,s^{-1}}] \tag{3}$$

となる．

降積が球対称に起こる場合には，中性子星表面での密度は，降積ガスが自由落下しているとすると

$$\rho=\frac{\dot{M}}{4\pi R^2 v}=3.65\times10^{-6}\left(\frac{M}{M_\odot}\right)^{-3/2}\left(\frac{R}{10\,\mathrm{km}}\right)^{-1/2}\frac{L}{10^{38}\,\mathrm{erg\,s^{-1}}}\quad[\mathrm{g\,cm^{-3}}]\qquad(4)$$

となる．中性子星表面に衝突してエネルギーを解放している部分の密度は，自由落下よりゆっくりとした速度になるので，これより高密度になっている．この部分が光学的に薄い場合には，解放された重力エネルギーは粒子の熱エネルギーに転化するが，上にみたように，これは陽子一個あたり 140 MeV にも達する．もし電子にも同じエネルギーが分配されるとすると平均エネルギーが 70 MeV にもなり，大部分のエネルギーは X 線よりもガンマ線で放出されることになる．逆に，プラズマが完全に熱化され，黒体放射を放出するとすると，その温度は

$$T=1.94\times10^{7}\left(\frac{R}{10\,\mathrm{km}}\right)^{-1/2}\left(\frac{L}{10^{38}\,\mathrm{erg\,s^{-1}}}\right)^{1/4}\quad[\mathrm{K}]\qquad(5)$$

となり，ちょうど X 線放射の領域にくる．実際の X 線星の表面付近の状態は光学的に厚い方に近いが，放射領域は非一様なので，光学的に薄い部分からの放射も同時に観測される．

b) X 線パルサー

中性子星の磁場が強い場合，図 4.8 に模式的に示すように，降積してきたガスはいったん中性子星の磁場で止められ，その後磁力線に沿って磁極に流れ込むことになる．双極子型の磁場を仮定し，磁極での磁場の強さを B_s とすると，Alfven 半径と呼ばれる降積ガスがいったん止まる半径 R_A は，降積流の動圧と磁気圧とが釣り合う半径で決められ

$$R_A=1.49\times10^{8}\left(\frac{R}{10^6\,\mathrm{cm}}\right)^{10/7}\left(\frac{B_s}{10^{12}\,\mathrm{G}}\right)^{4/7}\left(\frac{M}{M_\odot}\right)^{1/7}\left(\frac{L}{10^{38}\,\mathrm{erg\,s^{-1}}}\right)^{-2/7}\quad[\mathrm{cm}]\qquad(6)$$

と与えられる．この式は降積が球対称に起こる場合の式だが，降積ガスが角運動量をもっており降積円盤を形成する場合にも，同様な考察から Alfven 半径が計

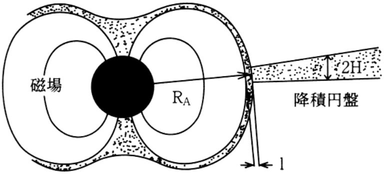


図 4.8　X 線パルサーの模式図
(S. Ichimaru : *Astrophysical Journal*, vol. 224, 1978).

算できる．この場合には，中性子星の磁場が降積するガスとどのように相互作用するかによって結果が少し異なるが，因子 2 程度の範囲で球対称の場合と一致する．

実際には降積プラズマは角運動量をもっており，Alfven 半径の付近では降積円盤を形成していると考えられる．降積ガスが Alfven 半径から磁極に流れ込むときにはガスの角運動量は中性子星の磁場に与えられるので，結局，中性子星の角運動量になる．中性子星の自転周期を P，慣性モーメントを I とするとその変化率は

$$\dot{P} = -\frac{P^2}{2\pi I}\dot{M}\sqrt{GMR_\mathrm{A}}$$
$$= -1.68\times10^{-11}P^2\left(\frac{I}{10^{45}\,\mathrm{g\,cm^2}}\right)^{-1}\left(\frac{R}{10^6\,\mathrm{cm}}\right)^{12/7}\left(\frac{B_\mathrm{S}}{10^{12}\,\mathrm{G}}\right)^{2/7}\left(\frac{M}{M_\odot}\right)^{-3/7}\left(\frac{L}{10^{38}\,\mathrm{erg\,s^{-1}}}\right)^{6/7} \quad (7)$$

となる．中性子星は降積とともに速く自転するようになることが予言される．この取り扱いでは，中性子星の自転が Alfven 半径でのガスの回転に比べ十分遅いことを仮定している．中性子星の自転がこれより速い場合には，角運動量は中性子星から降積プラズマに輸送される傾向にあるので，中性子星の自転はむしろ減速されると予想される．両者が一致する場合の平衡自転周期は

$$P_\mathrm{eq} = 2\pi\sqrt{\frac{{R_\mathrm{A}}^3}{GM}} = 0.989\left(\frac{R}{10^6\,\mathrm{cm}}\right)^{15/7}\left(\frac{B_\mathrm{S}}{10^{12}\,\mathrm{G}}\right)^{6/7}\left(\frac{M}{M_\odot}\right)^{-2/7}\left(\frac{L}{10^{38}\,\mathrm{erg\,s^{-1}}}\right)^{-3/7} \quad [\mathrm{s}] \quad (8)$$

となる．中性子星の自転が速すぎるとガスは降積できずに吹きとばされてしまうであろう．平衡自転周期前後のふるまいは，降積円盤と磁気圏との相互作用の具体的形によって大きく異なることが予想される．実際の観測事実は単純ではなく，図 4.9 に示すように，多くの X 線パルサーでは自転周期が平衡自転周期より長くても，自転周期の減少だけではなく自転周期が増加する場合が観測されている．これは降積円盤ガスの角運動量の向きが反転していることを意味しており，伴星からの流れが安定ではなく，時間的に変動しているためと考えられる．

X 線パルサーからの X 線放射は磁極へ降積したプラズマが衝撃波によって加熱されて放出されるものである．磁極ではガス圧や輻射圧にたいし，磁気圧が圧倒的に大きいので，ガスは細い磁束管に囲まれた領域にのみ存在する．黒体放射

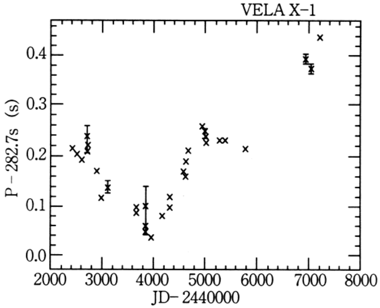


図 4.9 X 線パルサー Vela X-1 の自転周期の変動の観測
(F. Nagase: *Publ. Astron. Soc. Japan*, vol. 41, 1989).

の温度は面積が狭い分だけ大きくなり，10^8K を超えるものと予想される．そこでの輻射過程は強磁場の影響で複雑になる．10^{12}G の磁場にたいしてはサイクロトロン振動数は 11.5 keV になるので，硬 X 線スペクトル中にその特徴が見られることが予想される．実際，Her X-1 などいくつかの X 線パルサーにたいしてはサイクロトロン吸収線が同定されている．SMC X-1 など数個の X 線パルサーは Eddington 光度を超えた光度を示している．これは磁力線に垂直な方向の力学平衡が重力ではなく磁気圧で支えらるため，原理的には限界光度が Eddington 光度以上になりえることと関係していると思われるが，詳細については不明の点が多い．

c) 低質量 X 線連星

X 線パルサーは 30 個以上発見されているが，パルスの観測されない X 線星はその 2 倍以上知られている．これらは伴星の質量が小さいため，低質量 X 線連星と総称されているが，X 線パルサーのなかにも伴星の質量が小さいものもあるので適切な名称ではないかも知れない．物理的には中性子星の磁場が弱いため，X 線放射が磁極に集中せず，パルス成分が観測されない X 線星になっているのである．そこで，ここではこれを弱磁場 X 線星と呼んでおこう．弱磁場 X 線星は Alfven 半径が中性子星の半径近くまできていることになるので，典型的な磁場の強さは 10^8G から 10^9G 程度以下となっている．降積円盤は中性子星のごく近くまで存在しており，X 線放射は中性子星表面からのものと降積円盤からの 2 成分から

なると考えられる．実際，弱磁場 X 線星の X 線スペクトルは X 線パルサーに比べ，低エネルギー成分が強く，ほぼこのモデルで解釈できる．

Alfven 半径が小さいことは平衡自転周期も短く，数ミリ秒程度になるので，弱磁場 X 線星は非常に速く回転していると考えられている．パルスが検出されないことから自転周期を観測的に決めることには成功していないが，弱磁場 X 線星は擬周期的振動と呼ばれる複雑な X 線強度の変動を示す．この擬周期は降積円盤の振動モードや星の自転と降積円盤の回転とのうなりなどのモデルがあるが，決着はついていない．擬周期は数 Hz のものに加え，最近 kHz 程度のものも発見され，後者は中性子星が実際に数ミリ秒の周期で自転していることを示唆するものと考えられている．

弱磁場 X 線星は X 線バーストと呼ばれる現象も示す．これは，数秒の間 X 線強度が増加する現象であり，中性子星表面に降積したガス中での不安定な核反応によるものである．バーストの強度と頻度から求めた時間平均した光度は定常的な光度の約 1% であり，陽子一個あたり重力エネルギーは約 140 MeV であることから，バーストはヘリウムの核反応によって起こると考えられている．降積した水素がヘリウムに転換する過程は安定で定常的に起こりバーストは起こさないとされている．なお，弱磁場 X 線星で観測される X 線バーストは I 型と呼ばれている．II 型の X 線バーストは 2 つの源しかしられていないが，こちらは降積流の何らかの不安定性によるものとされるが，詳しいことはわかっていない．

このように同じ近接連星系中の中性子星でありながら，磁場の違いによって X 線で見た性質は大きく異なる．また次節で述べるように，連星系中の電波パルサーを代表とする数ミリ秒という短い周期をもったミリ秒パルサーと呼ばれる電波パルサーが存在しており，これらは通常のパルサーにくらべ磁場も弱く年齢もかなり長い．これから弱磁場 X 線星がミリ秒パルサーに進化するという仮説も提案されている．これらの問題を考察する上で，中性子星の磁場がどのような性質で決められるのか，またどのように進化するのかという問題が鍵になり，さまざまな興味あるモデルが提案されているが，まだ定説はない．

d) ブラックホール候補星

X 線星のうち 10 個近くのものは質量関数の解析からその質量が中性子星の上限質量を超えていることが発見され，ブラックホールであると考えられている．

いくつかのものは定常的なX線源であるが，他のものはX線新星と呼ばれるように公転周期のある時期にのみ明るく輝く．これらのX線星がブラックホールと呼ばれずにブラックホール候補星と呼ばれるのは，ブラックホールであるという直接的証拠を同定する方法が確立していないという理由による．しかし，中性子星の上限質量の理論的結果を信じる限り，質量関数から質量が推定されたものはブラックホールであると見なして差し支えないであろう．さらにブラックホール候補星をX線で見ると，多くの中性子星連星系と異なる特徴を示す．X線スペクトルは降積円盤からと思われる低エネルギーの熱的成分と100 keV付近まで延びるべき型スペクトルの非熱的成分からなっている．弱磁場X線星に見られる中性子星表面からと思われる高温の熱的成分が観測されないことが重要である．その他さまざまの方法でブラックホールの証拠を同定する努力が続けられており，ジェットの放出など観測的にも興味ある現象が発見されている．

4.5 連星中性子星

パルサーの項で述べたように，ミリ秒パルサーと呼ばれる，周期が数ミリ秒という短い周期のパルサーは通常のパルサーとは異なる経路をたどってできたと考えられている．ミリ秒パルサーは周期の変化率が小さく，周期とその変化率から得られる年齢は10^9年を超えることが多い．これは，ミリ秒パルサーの磁場が10^9 G程度以下であることも意味している．また，ミリ秒パルサーのかなりのものは連星系をなしており，伴星は中性子星，白色矮星，あるいは低質量星である．X線星の項で述べたように，連星系中にあって磁場が弱く，かつ高速回転している中性子星に弱磁場X線星がある．このことから伴星の進化の結果，弱磁場中性子星への質量降積が終了したときに中性子星はミリ秒パルサーとして観測されるようになると考えられている．単独のミリ秒パルサーも元々は連星系中にあったものが，伴星が軽くなった後に何らかの摂動を受けて連星の束縛を離れたものではないかと考えられている．多くのミリ秒パルサーが球状星団中に存在していることも，この考えを支持するように思われる．

このようなミリ秒パルサーのなかでも公転周期が数時間以下の短いものは重力波放出による公転周期の変化など，一般相対論の検証手段を提供する．また，宇宙年齢の間に重力波放出によって合体を起こすので，その天体物理学的な帰結も

興味深い．連星パルサーは約 40 個ほど発見されているが，その代表例として中性子星同士が連星系をなしている PSR 1913+16 がある．これは 1974 年に最初に発見されたもので，その物理的重要さにより，発見者の Hulse と Taylor は 1993 年度のノーベル賞を受賞している．このパルサーはパルス周期が 59.03 msec であり，その周期が 0.323 日で規則的に変化している．後者は公転運動によるドップラー効果によるものとしてよく解釈される．長時間にわたるパルス到着時間を解析してこの系のさまざまな物理量が求められる．中性子星の質量や重力波放出など一般相対論的効果も精度よく観測されるのである．このため，連星パルサーは一般相対論の最もよい検証の手段となるのである．

物理量の求め方を簡単にまとめておこう．まず Newton 力学の範囲からみていく．パルス周期の公転による変化の仕方から，公転速度を v，軌道傾斜角を i として $v\sin i$ が求まる．公転周期もわかっているので，軌道長半径を a として $a\sin i$ もわかる．これから質量関数

$$f(m_1, m_2)=\frac{{m_2}^3\sin^3 i}{(m_1+m_2)^2}=\frac{4\pi^2(a\sin i)^3}{G{P_{\rm orb}}^2} \quad (1)$$

が求まる．ここで，$P_{\rm orb}$ は公転周期，m_1 と m_2 はパルサーおよび伴星の質量である．観測値を代入すると $f(m_1, m_2)=0.13\,M_\odot$ となるが，Newton 力学の範囲では，軌道傾斜角が不明のため個々の星の正確な質量の評価ができない．中性子星は円運動ではなく，楕円運動をしているので，v は一定ではなく公転の位相とともに変化する．この様子から離心率 e が 0.617 と求まっている．また，近星点の位置 ω も定まる．

一般相対論的効果は通常，摂動展開により評価されるが，そのうち一次の効果は post-Newtnon 項と呼ばれる．最も有名なものは近星点移動であり，

$$\dot{\omega}=\frac{3}{c^2}\left(\frac{P_{\rm orb}}{2\pi}\right)^{-5/3}[G(m_1+m_2)]^{2/3}(1-e^2)^{-1} \quad (2)$$

と与えられる．観測値は一年あたりおよそ 4.2° という大きなものであり，これから二つの星の質量の和 m_1+m_2 が決定される．post-Newton 効果にはこれ以外に 3 つの観測可能量がある．一つは中性子星が楕円軌道をしているため，軌道の位相によって重力ポテンシャルの深さが変わることにより，パルス周期の赤方偏移が公転周期中で変化する効果である．これは

$$\gamma=\frac{e}{c^2}\left(\frac{P_{\rm orb}}{2\pi}\right)^{1/3}G^{2/3}m_2(m_1+2m_2)(m_1+m_2)^{-4/3} \quad (3)$$

で定義される量をはかることになる．以上の二つから m_1 と m_2 とが決められるので質量関数に代入して軌道傾斜角が求められる．結果は $m_1 \approx m_2 \approx 1.4 M_\odot$ であり，相手の星も中性子星であると考えられる．残りの二つは連星系中のパルスの伝搬にたいする重力場の効果によるもので，伝搬速度が見かけ上光速より遅くなる Shapiro delay の観測である．これもパルサーの公転軌道上の位置によって変化するので，伴星の質量 m_2 と軌道傾斜角とが測定できることになる．

このようにして，連星パルサーの観測により中性子星の質量を正確に決定することができるが，更に重要なことは，連星は重力波を放出することによりその運動エネルギーを失うので軌道が変化し，次第に周期が短くなることである．この公転周期の変化率は

$$\dot{P}_{\rm orb} = -\frac{192\pi}{5c^5}\left(\frac{P_{\rm orb}}{2\pi}\right)^{-5/3}\left(1+\frac{73}{24}e^2+\frac{37}{96}e^4\right)(1-e^2)^{-7/2}G^{5/3}m_1m_2(m_1+m_2)^{-1/3} \tag{4}$$

と与えられる．実際，PSR 1913+16 についてはこのような公転周期の変化が観測され，そのふるまいは図 4.10 に示されるように，この理論式の予言ときれいに一致している．このようにして連星パルサーは一般相対論の正しさを重力波の存在まで含めて検証している．図 4.11 には全ての post Newton 効果を再現する m_1

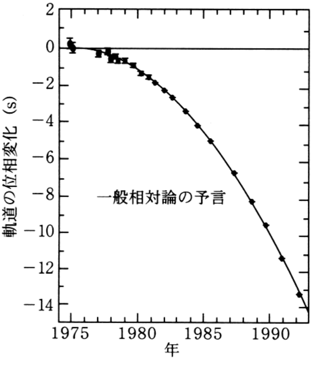


図 4.10 連星パルサー 1913+16 の近星点移動の観測
一般相対論にもとづく予言値と非常によく一致している（J. H. Taylor: *Reviews of Modern Physics*, vol. 66, 1994）.

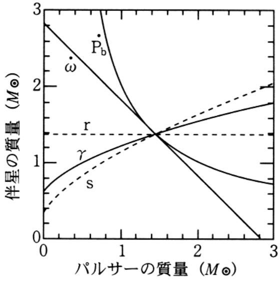


図 4.11 いくつかの post-Newton 効果による連星パルサー 1913+16 の質量の決定
全てが一点で交わり，質量が精度よく決定される．ただし，r と s とは理論的予言値である（J. H. Taylor: *Reviews of Modern Physics*, vol. 66, 1994）.

と m_2 の値が精度よく決定されることを示している.

連星中性子星が重力波を放出して，軌道が小さくなっていくと，有限の時間の間に二つの中性子星が合体する．PSR 1913+16 の場合にはこれから 3 億年後に合体することになる．合体時には強い重力波を放出するものと期待される．このような連星中性子星の合体の起こる頻度は，我々の銀河内に宇宙年齢内に合体する連星パルサーがすでに数個確認されていることなどから，銀河一個あたり 10^6 年から 10^7 年に一回程度と推定されている．100 Mpc 程度の距離まで観測可能になれば，一年に一回程度の頻度が期待されるので，このような連星中性子星の合体は重力波の直接観測の最も有力な候補と見なされている.

◆問　題

1. 4.1 節の式 (21) を導け.

2. 4.2 節の式 (9), (11), (13) を導け.

3. 4.3 節の式 (23) と (26) をもう一度 χ で積分することにより，強い波中での荷電粒子の運動の軌跡を求めよ.

4. 強い波中で電子が 4.3 節の式 (33) で与えられるエネルギーまで加速されたとしたとき，電子が光円柱付近で放出する電磁波の典型的エネルギーと放出率を評価せよ．ただし，通常のシンクロトロン放射の公式が適用できるものとしてよい．シンクロトロン放射の典型的振動数 ν_s は，磁場の強さを B，サイクロトロン振動数を $\nu_c \equiv eB/(2\pi m_e c)$，電子の Lorentz 因子を γ とすると，係数を無視して $\nu_s \approx \nu_c \gamma^2$，エネルギー損失率は $B^2 \sigma_T c \gamma^2/(8\pi)$ となる.

5. 中性子星内部が一様に磁化され，磁気モーメント μ に相当する一様な磁場 B_0 がある場合，星の外部の磁場と電荷密度，星の内部および外部における静電ポテンシャルと電場，星の表面電荷密度と表面電流密度を計算せよ．星の外部は真空とする.

6. 電子が磁力線に沿って運動するとき，曲がった軌道を描くので，電磁波を放出する．これを曲率放射と呼ぶ．曲率放射の典型的エネルギーや放出率は，通常のシンクロトロン放射の公式でジャイロ半径を磁力線の曲率半径で置き換えることで与えられるだろう．Lorentz 因子 γ の電子が磁極付近で放出する曲率放射の典型的エネルギーと放出率

を評価せよ．曲率放射によるエネルギー損失が無視できなくなるとき，電子の最大エネルギーは 4.3 節の式（50）からどう変わるか．

7．磁場が存在すれば 1 個のガンマ線から，電子陽電子対を発生させることが可能になる．磁場に垂直方向の運動量を磁場が吸収するため，光子と電子陽電子対の磁場に垂直方向の運動量は保存しなくなるからである．ガンマ線のエネルギーを E_γ，磁場となす角度を θ とするとき，電子および陽電子のエネルギー準位の量子化を考えていない場合，エネルギー保存則と磁場に平行方向の運動量の保存則から，この反応の閾値が $E_\gamma = 2m_e c^2/\sin\theta$ となることを示せ．

一様磁場中の電子および陽電子のエネルギー準位は

$$E_n = \sqrt{m_e^2 c^4 \left(1 + 2n\frac{B}{B_{cr}}\right) + p_{/\!/}^2 c^2} \tag{1}$$

と量子化される．ここで n は非負の整数，$p_{/\!/}$ は磁場方向の運動量であり，

$$B_{cr} \equiv \frac{m_e^2 c^3}{e\hbar} = 4.4 \times 10^{13}\,\mathrm{G} \tag{2}$$

と定義されている．電子陽電子とも基底状態 $n=0$ に生成される場合は，閾値は上と同じになることを確かめよ．

このような 1 光子吸収の断面積は磁場の強さがこの臨界磁場の 10% 程度以上になると，効いてくる．パルサーの磁極ではガンマ線の進行方向はほとんど磁場に沿っているので $\sin\theta \sim 10^{-3}$ 程度と考えると，1 GeV より高いエネルギーで重要になり，10 GeV 以上のエネルギーのガンマ線は磁極からは出て来れないことになる．

8．4.4 節の式(6)の Alfven 半径の式を導け．また，Alfven 半径が中性子星の半径 $R=10\,\mathrm{km}$ に一致するときの磁場の強さを求めよ．

9．強磁場の中性子星に降積が起こるとき，降積ガスは磁極付近の細い磁束管中にのみ降積していく．磁束管の半径を 1 km としたとき，ガスが自由落下している場合の動圧，完全に熱化して黒体放射を放出しているときの輻射圧を計算し，磁気圧と比較せよ．

10．中性子星表面から放出された光子を遠方で観測するとき，光子は重力的赤方偏移を受ける．固有系で見た振動数を ν_0，観測される振動数を ν とすると，$\nu = \nu_0(1-2GM/c^2R)$ となる．典型的な中性子星にたいし，赤方偏移はどの程度になるか．これ以外にも，光度，半径，温度，磁場など中性子星付近の物理量を 10～30% 以内の精度で求めようとするときには，一般相対論的効果を考えなければならないのである．

5. 銀　河

5.1 銀河の基本的性質

銀河はおよそ 10^6 個から 10^{12} 個の恒星が自己重力系をなしている天体で，宇宙における物質分布の基本的な形態である．銀河は恒星だけでなく星間ガスを含んでおり，更に電磁波による観測では直接検出できない暗黒物質が付随している．銀河の大きさや形態は多種多様であるが，可視光で観測される形態をもとにして，さまざまの方法で分類される．一般には図 5.1 のように楕円銀河，円盤銀河，不規則銀河の 3 つを中心として，これにいくつかの種類を付け加えたり，更に細かい分類を行う．楕円銀河は見かけの形が楕円状であるが，実際の形状は一般に 3 軸不等な楕円体であると考えられている．円盤銀河は円盤形を基本としており，渦巻構造で特徴づけられ渦巻銀河と呼ばれることが多い．楕円銀河と円盤銀河の中間的な形態として S 0 銀河がある．円盤銀河のうち中心に大きな棒構造を持つものを棒状銀河として区別する．不規則な形を持つものを不規則銀河と呼ぶ．大き

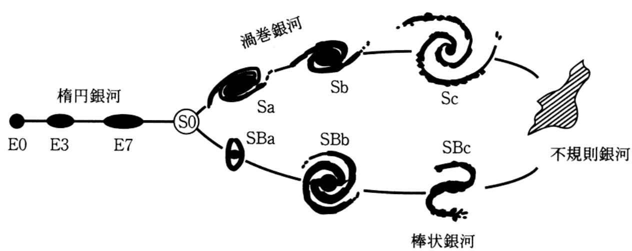


図 5.1 銀河の形態分類
（Hubble による）．

さの面からは矮小銀河と巨大銀河という分類もなされる．また，これまで観測が困難であった表面輝度の小さな銀河を特に低表面輝度銀河と呼ぶこともある．恒星の場合と異なり，上のような銀河の分類はまだ経験的なものであり，その物理的根拠や進化論的な理解はこれからの研究の大きな課題となっている．本節では各種の銀河の基本的性質と銀河研究の諸側面についてごく簡単にまとめておく．

我々の銀河は典型的な渦巻銀河に分類されるが，個々の恒星や星間物質の詳しい観測が可能であることから，系外銀河に比して質的に異なる研究対象となる．以下では我々の銀河の性質は一般の銀河と特に異なることはないとの立場にたって，いちいちこのことを断らない．銀河と銀河の間の空間は銀河間空間と呼ばれ，銀河間物質が存在しているものと考えられる．また，銀河は互いの重力で集団をつくる傾向にあり，数百個から数千個の銀河が自己重力系をなす銀河団も数多く知られている．銀河や銀河団の力学平衡の解析から，銀河や銀河団の質量の大部分は電磁波で検出される恒星やガス以外の暗黒物質が担っていることが知られている．したがって，銀河や銀河団の重力的な構造は暗黒物質が支配しており，恒星やガスは暗黒物質のつくる重力場中を運動していると見なされる．ただし，銀河については暗黒物質の重力が優勢になるのは銀河の外層部であり，可視光で明るい部分は恒星の重力が優勢となっていると考えられている．銀河間物質，銀河団，暗黒物質は観測的宇宙論の中心的テーマの一つとなっている．

銀河の中心に非熱的な活動性を示す銀河を活動銀河と呼ぶが，活動銀河は全銀河の数％を占める．活動性の低いものまで含めると全銀河の数十％を占めるものと考えられている．活動銀河のエネルギー源は $10^{6-9}\,M_{\odot}$ という大質量のブラックホールへのガスの降積によるものと考えられている．活動銀河の物理は高エネルギー宇宙物理学の中心的テーマであるとともに，観測的宇宙論にも深い関わりを持っている．銀河の中心に大質量ブラックホールが存在することは活動銀河だけでなく，ほとんど全ての銀河に共通していることが示唆されており，大質量ブラックホールの起源は銀河の形成進化と深い関係があると考えられる．

観測的宇宙論や高エネルギー宇宙物理学の対象としての銀河の研究を別としても，銀河そのものの研究にもいくつかの側面がある．まず，銀河は恒星の集団であるから，銀河の放射スペクトルは恒星の放射スペクトルの重ね合わせで記述される．この側面では銀河のスペクトルや化学組成の進化は星形成と恒星物理学を基礎に展開されることになる．次に，銀河の構造や力学は重力相互作用する粒子

集団の力学で記述され，一つの独立した分野を構成している．最後に，星間物質の物理はその加熱冷却過程，力学的熱的状態や星形成過程の研究を中心にして，星間磁場や宇宙線の起源を含む広範な分野に拡がっている．以下の各節では，これらの中から渦巻構造の密度波理論を中心とした恒星系力学，銀河の化学進化の理論，星間物質の理論の基本的事項について述べる．

a) 楕円銀河と円盤銀河

楕円銀河は3次元的な膨らみを持ち，重力に抗して系を支えているのは主として恒星のランダムな運動による速度分散である．もし，楕円銀河が軸対称な回転楕円体であるとすると，その扁平度から楕円銀河の持つ角運動量と回転速度が推定される．ところが，観測された回転速度は扁平度から予想されるものよりもかなり小さい．このため，楕円銀河の形を再現するためには速度分散が非等方でなければならないことになる．非等方速度分散をどうやって実現するのかという問題はいわゆる第3積分の問題と関係して恒星系力学の興味ある問題の一つとなっている．また，楕円銀河の形自体も観測が進むにつれ，内部構造を持たない比較的単純な銀河という描像を超えて，3軸不等性，扁平度の半径変化，場合によっては逆向きの角運動量をもった成分の存在等々の複雑なものが知られるようになってきている．楕円銀河とS0銀河は一般にほとんど低温の星間ガスを持っていない．すなわち，星の形成は現在では起こっていない．またスペクトル観測からも楕円銀河を構成している星は太陽質量以下の質量の星であることがわかっている．これから，楕円銀河は誕生の時期に星の形成を終えてしまった古い銀河であると考えられる．楕円銀河の個々の星の化学組成の直接観測は困難であるが，銀河全体のスペクトルからは重元素量は太陽組成程度であるとされている．巨大な楕円銀河の多くはX線で輝く高温ガスを保持している．温度 T の高温ガスが球対称の重力場中で力学平衡状態にあるとすると，半径 r 内の全質量を $M(r)$，ガス密度を $\rho(r)$ として

$$\frac{kT}{\mu m_{\mathrm{H}}}\frac{d\ln\rho}{d\ln r}=-\frac{GM(r)}{r} \qquad (1)$$

という方程式が得られる．左辺は観測から決まるので，これから $M(r)$ を求められ，星の総質量の数倍以上の質量の暗黒物質が存在していなければならないことがわかるのである．

一方，円盤銀河は中心付近にバルジと呼ばれる楕円銀河に類似した成分を持つが，円盤の厚さは薄く，円盤は回転により支えられている．円盤内の物質分布も正確には軸対称ではなく，渦巻構造を持つのが通例である．円盤銀河は星間ガスを含み，大質量の若い星も多く観測されており，現在でも星の形成が活発に起こっている．星間ガスは，可視光で明るく輝いている部分よりも外側まで分布しており，その回転速度を中性水素の 21 cm 線放射を使って測定することができる．半径 r 以内にある質量を $M(r)$，回転速度を $v(r)$ とすると，力学平衡は

$$\frac{v(r)^2}{r}=\frac{GM(r)}{r^2} \tag{2}$$

で近似される．もし，観測されている星のみが $M(r)$ を決めているとすると，大きな r にたいしては $M(r)=\mathrm{const.}$ となるので，$v(r)\propto r^{-1/2}$ となるはずだが，一般に $v(r)$ は r が大きくなってもほぼ一定の値を保っている．これから，$M(r)$ が r に比例して増加していくことになり，暗黒物質の存在が導かれるのである．星の化学組成については，ほぼ太陽組成程度であるが，我々の銀河については，太陽近傍の個々の星の観測が可能である．円盤部に属する星は回転速度が大きく，重元素量も大きい．これらは種族 I の星と呼ばれる．これにたいし，回転速度に比べランダムな速度が大きく，重元素量が小さい星も存在しており，これらは球状星団とともに円盤部を球状に囲むハローに属する星で，種族 II の星と呼ばれる．これらの観測事実から，我々の銀河の形成進化の筋書きとして，まず球状のハローとバルジから形成され，その後角運動量の大きいガスが円盤をつくったという描像が広く受け入れられている．

不規則銀河は形状が不規則で，星間ガスの分量も星と同程度以上存在しており，星形成がまだ進んでいない銀河と考えられる．一般に質量は小さく，化学組成も重元素が少なく，原始組成に近いと考えられている．しかし，不規則銀河の観測はまだ十分ではなく，これからの観測的進展によって大きく変わる可能性もある．各種の銀河で系統的に異なっているものはバルジの占める割合である．楕円銀河はバルジのみからなる銀河，円盤銀河はバルジの割合に色々のものがあり，バルジの割合と渦巻き構造の顕著さの間に反相関があるようである．不規則銀河にはバルジがないと考えられている．このように見るとバルジは銀河の性質を決める上で鍵となる構造である可能性がある．

b) 銀河の統計

個々の銀河の大局的性質を表す物理量としては，全質量 M，全光度 L，半径 R，表面輝度 I，速度分散 σ^2 などがある．これら全てが独立な量ではないので銀河の性質を決めている独立変数の数が問題となる．詳細な定義は別にして，表面輝度と光度および半径の間には

$$I \propto \frac{L}{R^2} \tag{3}$$

の関係があり，力学平衡の条件から

$$\sigma^2 \propto \frac{M}{R} \tag{4}$$

が成立していると考えられる．したがって質量光度比は

$$\frac{M}{L} \propto \frac{\sigma^2}{IR} \tag{5}$$

となる．もし，質量光度比が全ての銀河で一定ならば，観測で得られる $\sigma^2/(IR)$ という量も一定になり，銀河の大局的性質は二つの物理量で決定されるはずである．観測的には楕円銀河については

$$\frac{M}{L} \propto M^x, \qquad x \sim 0.2 \tag{6}$$

のような統計的関係が報告されており，大きな銀河ほど質量光度比が大きくなっている．しかし，このような関係が存在すれば，独立な量が 2 つであることには変わりがない．このとき，例えば $\log \sigma^2$，$\log I$，$\log R$ の 3 つの量の適当な組み合わせを 3 つつくって，この 3 つを座標軸とする 3 次元空間内に銀河を分布させると，一つの平面内に分布することになる．これを基準平面と呼んでいる．その例を図 5.2 に示しておく．このような考え方が円盤銀河などを含めどこまで成立しているのか，どのような物理的意味を持っているのかなどの問題はこれからの研究課題となっている．

我々の近傍の宇宙にどんな銀河がどれだけ存在しているかを表わすものが銀河の光度関数である．このような統計は，銀河の数がそれほど多くないこと，精度のよい観測が困難であることなどによって，制限を受けている．これまでの観測をよく表わす関数形として

$$\phi(L)\,dL = \phi_* \left(\frac{L}{L_*}\right)^{\alpha} \exp\left(-\frac{L}{L_*}\right) dL \tag{7}$$

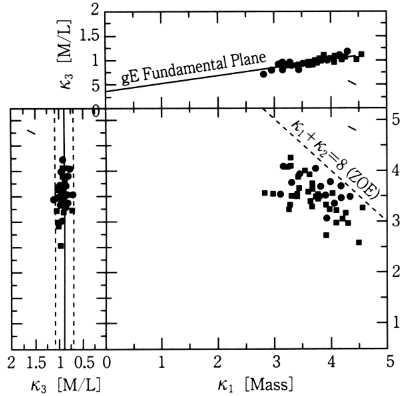


図 5.2 楕円銀河の基準平面
$\varkappa_1$ は全質量の対数, $\varkappa_3$ は質量光度比の対数, $\varkappa_2$ は表面輝度の 3 乗と質量光度比の積の対数に対応した変数である. $\varkappa_1$-$\varkappa_3$ 平面への投影が直線になり, 楕円銀河はこの直線と $\varkappa_2$ 軸の作る平面(基準平面)上に分布することがわかる. また, 質量光度比が質量とともにべき的に増加していることもわかる (D. Burnstein et al : *Astronomical Journal*, vol. 114, 1997).

の形の Schechter 型の分布関数がよく使われる. ここで L は光度, $\phi(L)$ は光度が L と $L+dL$ の間にある銀河の数密度である. 光度は観測するバンドによって異なるが, よく用いられるのは青色である. 銀河までの距離は直接求めることはできず, スペクトル線の赤方偏移から Hubble の法則[1] を使って求めることになる. そのため, 光度や数密度は採用した Hubble 定数に依存することに注意しておく. Hubble 定数は $H=100h\,\mathrm{km^{-1}\,s^{-1}\,Mpc^{-1}}$ と規格化するのが通例である. さまざまな観測から h を決定する努力が続けられているが, 現在のところ $\sim0.5<h<\sim0.9$ の範囲にあるものとされている.

図 5.3 に光度関数の観測の一例を示しておくが, この例では光度関数は $\phi_*=1.4\times10^{-2}h^3\mathrm{Mpc^{-3}}$, $\alpha=-0.97$, L_* に対応する絶対等級は $M_{*B_J}=-19.50+5\log h$ となっている. この分布関数を積分すれば, 単位体積あたりの光度がおよそ $1.4\times10^8 hL_\odot\mathrm{Mpc^{-3}}$ と与えられる. 質量光度比を $5h$ と仮定すれば, 星という形態で存在している宇宙のバリオン密度として $7\times10^8 M_\odot h^2\mathrm{Mpc^{-3}}$ をえる. この値と臨界密度 $\rho_{\mathrm{cr}}\equiv3H^2/(8\pi G)$ との比は $\Omega_*=2.5\times10^{-3}$ となる. 銀河に付随する暗黒物質を考慮してもこの値はせいぜい 10 倍程度にしかならないので, 宇宙を閉じさせるために必要な値 $\Omega=1$ には不十分であることがわかる. 本来光度関数は銀河

[1] Hubble の法則, Hubble 定数, 臨界密度などについては適当な宇宙論の教科書を参照のこと.

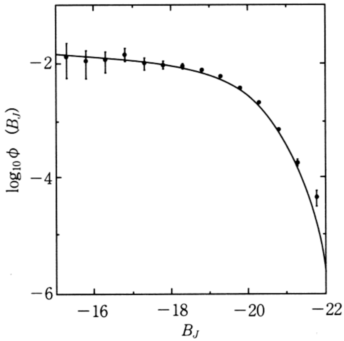


図 5.3 銀河の光度関数
(J. Loveday et al: *Astrophysical Journal*, vol. 390, 1992 を改変).

のタイプ別に表わすべきであるが，これについてはまだ決定的なものはない．各タイプの銀河の存在比はサンプルによってもかなり異なるが，楕円銀河とS0銀河が約30%, 円盤銀河と不規則銀河が約70% である．我々の近傍の宇宙は十分よく観測され尽くされているわけではないことに注意していこう．最近では赤方偏移の大きな遠方の銀河の観測が飛躍的に進んでいるが，我々の銀河や近傍の銀河の観測も大きく進んでいる．遠方銀河と比較すべき近傍銀河の性質をよく知っておくことは宇宙論にとっても重要な課題なのである．

c) 銀河の形成と進化

銀河は膨張宇宙における微小な密度ゆらぎの自己重力による成長によって形成される．膨張宇宙において周囲よりも密度の高い領域（正確には臨界密度よりも高い領域）は自己重力で引き合い，宇宙膨張から切り離されて孤立系となるのである．この過程を一様球の膨張と収縮のニュートン力学で近似しよう．膨張から収縮に移行する最大膨張時の密度を $\rho_{\rm m}$ とすると，その自由落下時間 $t_{\rm ff}$ は

$$t_{\rm ff}=\sqrt{\frac{3\pi}{32G\rho_{\rm m}}} \qquad (8)$$

で与えられる(3.1節a）を参照)．球の質量を M，最大膨張時の半径を $R_{\rm m}$，自由落下終了後にできた力学平衡にある一様球の半径を R_0，一次元速度分散を σ^2 とする．この球の重力エネルギーは $-3GM^2/5R_0$，運動エネルギーは $3M\sigma^2/2$ であ

る．この球にビリアル定理(2.1 節 c) を参照，$\gamma=5/3$ であることに注意) を適用すると

$$-\frac{3}{5}\frac{GM^2}{R_0}+3M\sigma^2=0 \quad (9)$$

という関係が得られる．収縮の過程でエネルギーの散逸がなくエネルギー保存を満たすとすると

$$-\frac{3}{5}\frac{GM^2}{R_\mathrm{m}}=-\frac{3}{5}\frac{GM^2}{R_0}+\frac{3M\sigma^2}{2} \quad (10)$$

が成立する．これから $R_0=R_\mathrm{m}/2$ となり，形成された自己重力系の平均密度は $\rho_0=8\rho_\mathrm{m}$ となることがわかる．

また膨張に要する時間は収縮に要する時間と等しいので，平均密度 ρ_0 の天体を形成するのに要する時間は

$$t_\mathrm{GF}=2t_\mathrm{ff}=\sqrt{\frac{3\pi}{G\rho_0}} \quad (11)$$

となる．我々の銀河の平均密度は半径 10 kpc 以内で約 $2\times10^{-24}\,\mathrm{g\,cm^{-3}}$，暗黒物質のハローを考慮すると半径 50 kpc 以内で約 $2\times10^{-25}\,\mathrm{g\,cm^{-3}}$ なので銀河形成に要する時間は $1\,\mathrm{Gyr}=10^9$ 年程度となる．対応する赤方偏移は，宇宙モデルによって異なるが，2 から 5 程度に相当する．実際このような形成期の若い銀河の観測も最近進んでいる．

この描像では，赤方偏移の大きな銀河の形成時にまず暗黒物質の自己重力系が形成され，その重力場の中でバリオンが中心部に集まって星形成を起こしてバルジを形成し，その後に円盤が付加されていったと考えることになる．楕円銀河と円盤銀河のバルジは早く形成され，引き続いて円盤銀河の円盤部や不規則銀河がゆっくりとつくられる．最近の遠方銀河の観測はこの描像を支持しているようである．別の極端な考え方として，円盤部の方が先にできて楕円銀河は円盤銀河の合体でできたという仮説も存在している．確かに一部の銀河の形態には銀河が衝突しているように見えるものもあるが，銀河の化学的，測光的，力学的性質から見て，また遠方銀河の最近の観測事実から見て，合体仮説を大多数の銀河全体の形成機構を説明するものとして受け入れることは困難である．

5.2　恒星系力学

a)　恒星系力学

暗黒物質の存在をひとまずおいておけば，銀河や球状星団は多数の恒星からなる自己重力系と見なされる．星の内部構造の問題のようなガス系の力学と異なる点を中心にその力学をまとめておこう．ガスの系は構成粒子間の相互作用により常に局所的な熱平衡が成立しており，位置と時間の関数として密度，圧力，速度が定義された系である．その基礎方程式は連続方程式と運動方程式とからなっている．これにたいし，恒星系では粒子間の衝突が頻繁ではないので，局所的な熱平衡は一般には達成されない．求めるべき物理量は時間，位置および速度の関数としての分布関数である．密度，平均速度，速度分散などは分布関数に速度の適当な関数を掛けて速度空間で積分することによって得られることになる．恒星系の力学の基礎方程式は，分布関数 $f(\vec{x}, \vec{v}, t)$ の変化を与える Boltzmann 方程式

$$\frac{\partial f}{\partial t}+\vec{v}\frac{\partial f}{\partial \vec{x}}-\frac{\partial \Phi}{\partial \vec{x}}\frac{\partial f}{\partial \vec{v}}=\left.\frac{\delta f}{\delta t}\right|_{\mathrm{coll}} \qquad (1)$$

と重力ポテンシャル $\Phi(\vec{x}, t)$ を定める Poisson 方程式

$$\Delta\Phi=4\pi G\rho=4\pi Gm\int d\vec{v}f \qquad (2)$$

である．ここで，簡単のため恒星の質量は全て等しく m であるとした．Boltzmann 方程式の右辺は恒星同士の相互作用による衝突の効果を表わす項である．

重力相互作用が遠距離力であることにより，恒星系の力学の理論的基礎にはいくつかの問題がある．Boltzmann 方程式はもともと気体分子運動論のように短距離力の場合に成立するもので，遠距離力の場合には左辺に現れる力と衝突項とを原理的にどう区別すべきかという問題がある．また，同じ遠距離力であっても，Coulomb 相互作用を行うプラズマの場合には正負の粒子があって常に準中性状態を保っているために，一様な無摂動状態を考えることができる．これにたいし，重力は引力のみであり，無摂動状態は本質的に構造を持っていなければならないことになる．このような原理的問題はあるが，十分多数の粒子からなる系ではなめらかな分布をとる密度と重力ポテンシャルが定義され，衝突項はそこからのずれを表すものとして取り扱って実用的には問題はないであろう．

まず，衝突項が無視できるときの恒星系の定常状態を考えよう．無衝突 Boltzmann 方程式の解として運動の積分があることはすぐにわかる．したがって運動の積分の任意関数は定常状態の Boltzmann 方程式を満たしている．逆に定常状態の分布関数は運動の積分の任意関数であるとも考えられよう．恒星系力学の分野では，これを Jeans の定理と呼んでいる．しかし，この定理は実際にすべての運動の積分が解析的な形で見いだされない時には実用的ではない．さらに，最近のカオスの研究で広く認識されてきたように，必要な数の運動の積分が存在しない場合もあるのである．運動の積分の最大数は運動の自由度に等しいので今の場合には 3 個と考えてよい．そのうちの一つは単位質量あたりのエネルギー $E=(1/2)v^2+\Phi(r)$ である．系が軸対称性を持つ場合には対称軸方向の角運動量 $J_z=\varpi v_\varphi$ も運動の積分になる．ここで円筒座標 (ϖ, φ, z) を使った．3 つ目の運動の積分は第 3 積分と呼ばれるが，一般的な形では知られていないし，存在の有無も証明されていない．しかし，色々な場合に近似的な第 3 積分は存在しているものと考えられている．第 3 積分が存在するが，その形が不明の場合には分布関数の第 3 積分にたいする依存性も決められないので，Jeans の定理は役に立たないことになる．以下に見るように 3 個の運動の積分が知られているのは本質的には球対称の場合のみに限られている．

球対称の系では運動の積分として単位質量あたりのエネルギー E と角運動量の大きさ $J=rv_t$ がある．ここで，$v_t\equiv\sqrt{v_\theta{}^2+v_\varphi{}^2}$ は速度の動径方向に垂直な成分の大きさを表す．もう一つの積分は角運動量の向きと見なすことができるが球対称性より分布関数はこれによらない．全ての運動の積分が求められているのでこの場合には Jeans の定理が適用でき，球対称系の定常状態は任意関数 $f(E, J)$ で記述される．このとき，f は未知関数 $\Phi(r)$ に依存しているので，Poisson 方程式は $\Phi(r)$ にたいする非線形方程式となる．これを解いて定常球対称恒星系の構造が求められることになる．このようにして可能な解は分布関数の数だけ無限にあることになる．分布関数が E のみによるときは速度分布は局所的に等方であるが，J 依存性があるときには動径方向の速度分散とそれに垂直方向の速度分散は異なることになることに注意しておこう．

実際の恒星系のモデルをつくるためには更に制限がある．まず，$E>0$ の粒子は系に束縛されていないので除外する．さらに，系が有限の大きさ（半径 r_t）の範囲に閉じ込められているとすると，粒子のエネルギーは $E<\Phi(r_t)$ の範囲に限ら

なければならない．半径 r_t は潮汐半径と呼ばれることが多い．これは，球状星団の大きさが銀河系の潮汐力によって決まっていると考えられるからである．よく使われるモデルとしては Maxwell 分布にこのようなエネルギーの切断を取り入れた King モデルがある．その分布関数は一次元速度分散を σ^2 として

$$f(E)\propto\exp\left[\frac{-E}{\sigma^2}\right]-\exp\left[\frac{-\Phi(r_t)}{\sigma^2}\right]\text{ for }E<\Phi(r_t) \quad (3)$$

ととったものである．King モデルのパラメータは中心密度 ρ_c, 一次元速度分散 σ^2 および中心集中度を表す r_t/r_c の 3 つである．コア半径 r_c は

$$r_c=\sqrt{\frac{9\sigma^2}{4\pi G\rho_c}} \quad (4)$$

と定義される．この定義は便宜的なものでかなり広いパラメータの領域にわたって表面密度が中心値の 1/2 になる半径をよく近似している．一方，r_t/r_c はコアの重力ポテンシャルの深さやハローの密度分布の形を決めている．r_t/r_c が無限大の極限は特異等温球と呼ばれるもので，中心密度が発散し，密度分布は r^{-2} の形をとる．図 5.4 に King モデルの密度分布を示しておく．

軸対称の系にたいしては，上に述べたようにエネルギー E と対称軸方向の角運動量 J_z が運動の積分となる．分布関数 $f(E, J_z)$ は v_ϖ と v_z に同じ形で依存するので，ϖ 方向と z 方向の速度分散は同じでなければならない．観測的には我々の銀河では ϖ 方向の速度分散の方が z 方向のものよりかなり大きい．このことは E と J_z 以外に近似的な形ででも第 3 積分が存在していることを意味している．例えば薄い円盤の極限では z 方向の運動は円盤面内の運動とは独立になっているであろう．この運動は円盤面に垂直な微小振動となりそのエネルギーは運動の積分と見なされよう．楕円銀河の形を回転によるものとするとその扁平度から必要な

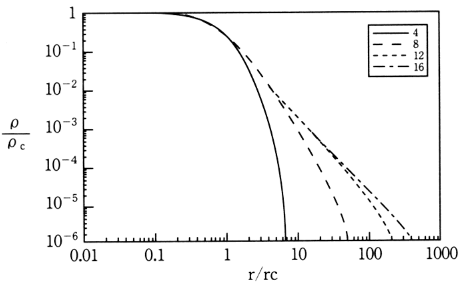


図 5.4 King モデルの密度分布 パラメータとして $(\Phi_t-\Phi(0))/\sigma^2$ をとっている．この値が小さいときは切断の効果が大きく，r_t/r_c が小さくなる．

回転速度がきまるが，多くの場合観測される回転速度はこれよりもかなり小さい．これも，第3積分の存在を意味しているものと考えられる．この場合には，薄い円盤の場合と異なり近似的な第3積分の具体的な形を求めることは困難である．むしろ重力ポテンシャルを仮定し，その中での恒星の軌道を数値的に求め，さまざまな軌道にたいする星の分布を重力ポテンシャルを再現するように決めるという方法が有効である．この方法は三軸不等な系にも応用可能であり，近年多くの研究がなされている．

b） 2体緩和時間

恒星同士の衝突が起こると，互いに運動量やエネルギーを交換して分布関数は熱平衡の形である Maxwell 分布に近づいていくものと期待される．これを2体緩和という．2体緩和時間の評価を行ってみよう．重力相互作用は逆自乗の力なので，Coulomb 力と同じ形をしており，Rutherford 散乱の結果をそのまま使える．このような遠距離力の場合には緩和は多数の小角散乱の積み重ねの効果として起こるので，Fokker-Planck 方程式

$$\frac{\partial f}{\partial t}=-\frac{\partial}{\partial \vec{v}}\left[\left\langle\frac{d\vec{v}}{dt}\right\rangle f\right]+\frac{1}{2}\frac{\partial^2}{\partial\vec{v}\partial\vec{v}}\left[\left\langle\frac{d(\vec{v}\vec{v})}{dt}\right\rangle f\right] \tag{5}$$

で記述するのが最も適当である．ここで，$\langle d\vec{v}/dt\rangle$ と $\langle d(\vec{v}\vec{v})/dt\rangle$ は力学的摩擦係数と拡散係数であり，速度および速度の直積の単位時間あたりの変化率を表す．ここで重力系では無摂動状態は一様ではないにもかかわらず，取り扱いの便宜のため無摂動状態での重力場を無視し，一様な背景粒子の中を運動するテスト粒子の分布関数の変化を考えていることに注意しておこう．

まず，図5.5のように二つの粒子の衝突を考えよう．考えているテスト粒子の質量を m，速度を $\vec{v}$，相手の背景粒子の質量を m'，速度を $\vec{v}'$ とする．衝突をまず重心系で考えてみる．相対速度は衝突前に $\vec{u}=\vec{v}-\vec{v}'$ であり，衝突後に $\vec{u}+\Delta\vec{u}$ となったとする．エネルギー保存則から $u=|\vec{u}|=|\vec{u}+\Delta\vec{u}|$ である．重心系での散乱角を χ，衝突係数を b とすると

$$\cot\frac{\chi}{2}=\frac{bu^2}{G(m+m')} \tag{6}$$

の関係があり，衝突断面積は Rutherford の公式

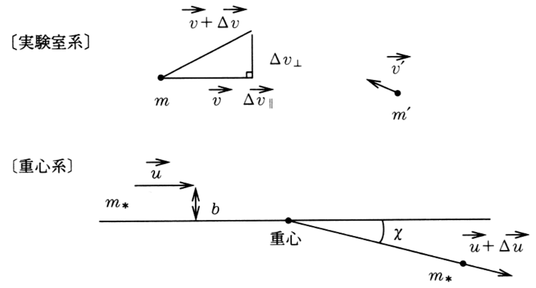


図 5.5　2個の粒子の重力相互作用による衝突の模式図

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}=\left[\frac{G(m+m')}{2u^2\sin^2\dfrac{\chi}{2}}\right]^2 \tag{7}$$

で与えられる．

速度の変化は考えている粒子の速度に平行な方向と垂直な方向にわけて考えると便利である．

$$\Delta\vec{v}=\Delta\vec{v}_\parallel+\Delta\vec{v}_\perp \tag{8}$$

$$\Delta\vec{v}_\parallel=-2\frac{m'}{m+m'}\vec{u}\sin^2\frac{\chi}{2} \tag{9}$$

$$\Delta\vec{v}_\perp=\left(\frac{m'}{m+m'}u\sin\chi\cos\phi,\ \frac{m'}{m+m'}u\sin\chi\sin\phi\right) \tag{10}$$

となることはすぐにわかる．ここで ϕ は散乱面の位相角である．これから，力学的摩擦係数と拡散係数が

$$\left\langle\frac{d\vec{v}_\parallel}{dt}\right\rangle=\int\Delta\vec{v}_\parallel f'(\vec{v}')u\frac{d\sigma}{d\Omega}d\Omega d\vec{v}'=-4\pi G^2(m+m')m'\ln\Lambda\int\frac{\vec{u}}{u^3}f'(\vec{v}')d\vec{v}' \tag{11}$$

$$\left\langle\frac{d\vec{v}_\perp}{dt}\right\rangle=0 \tag{12}$$

$$\left\langle\frac{d(\vec{v}\vec{v})}{dt}\right\rangle=\int\Delta\vec{v}\Delta\vec{v}f'(\vec{v}')u\frac{d\sigma}{d\Omega}d\Omega d\vec{v}'=4\pi(Gm')^2\ln\Lambda\int\frac{\Delta}{u}f'(\vec{v}')d\vec{v}' \tag{13}$$

と求められる．ここで $\Delta\equiv\vec{I}-\vec{u}\vec{u}/u^2$ は運動方向に垂直な成分を取り出す射影テンソルである．$\ln\Lambda$ は Coulomb 対数と呼ばれる量で

$$\ln\Lambda \equiv \int_{\chi_{\min}}^{\pi} \frac{d(\chi)}{2\tan\left(\frac{\chi}{2}\right)} = -\ln\left[\sin\frac{\chi_{\min}}{2}\right] \tag{14}$$

で定義される．以下に見るように Coulomb 対数は大きい量なので，これを含まない項は無視した．

Coulomb 対数は小角散乱がどこまで効くかということで決まっている．散乱角が無限小ということは衝突係数が無限大，すなわち無限に遠方の粒子による散乱を考えていることになる．通常のプラズマの場合には正負の粒子が存在することから遮蔽効果があらわれ，衝突係数として Debye 半径程度までの衝突までを考えればよい．重力系の場合は遮蔽効果がないので，この事情は複雑になる．重力系で Debye 半径に相当する量は Jeans 半径で，考えている系が力学平衡にあればほぼ系のサイズ R に等しい．こうして

$$\frac{2}{\chi_{\min}} \approx \frac{Ru^2}{G(m+m')} \approx N \tag{15}$$

という評価が得られる．ここで N は星の総数であり，$m \sim m'$ とし，系が力学平衡にあるとき，$Ru^2 \sim GNm$ となることを使った．一方，重力系の場合，考えている星のごく近傍の星以外は，無摂動状態の重力場と考えている星の無摂動状態の軌道を決めており，散乱にはごく近傍の星しか効かないと考えるべきであろう．しかし，こう考えて衝突係数の最大値を星と星の平均間隔としても Coulomb 対数の値は上の 3 分の 2 になる程度である．どちらの場合も Coulomb 対数は $\ln N$ 程度となり，10 から 40 程度の値をとる．

2 体緩和時間の定義にはいくつかの方法がある．力学的摩擦係数や拡散係数はテスト粒子の速度や背景粒子の分布関数に依存するので，厳密に取り扱うのは複雑になる．力学的摩擦により速度が変化する時間は，相手の星の数密度を n として

$$t_{\rm fr} = \frac{v^3}{4\pi G^2 m'(m+m')\,n\ln\Lambda} \tag{16}$$

に 1 程度の係数がかかったものとなる．テスト粒子の質量が背景粒子の質量よりはるかに大きいときには力学的摩擦の時間は短くなり得る．拡散により運動方向が 90° 変化する時間は

$$t_{\rm rel} = \frac{v^3}{8\pi G^2 m'^2 n\ln\Lambda} \tag{17}$$

に1程度の係数がかかったものとなり，テスト粒子の質量には依存しない．そのほかエネルギー交換で定義するやり方もある．系が力学平衡にあるとすると，$Rv^2 \sim GNm'$ をつかって

$$t_{\mathrm{rel}} \sim \frac{R}{v}\frac{N}{\ln N} \tag{18}$$

と評価されるので，2体緩和時間は系が力学平衡を達成する時間 R/v に比べ非常に長くなることがわかる．

相互作用する多体系の運動を記述する方法としては他にもいくつかのものがあり，Fokker-Planck 方程式は別の形にも書ける．上で得られた $\langle d\vec{v}_{\parallel}/dt\rangle$，$\langle d(\vec{v}\vec{v})/dt\rangle$ の表式を使って変形すると

$$\frac{\partial \mathrm{f}}{\partial \mathrm{t}} = -4\pi G^2 m m'^2 \ln \Lambda \frac{\partial}{\partial \vec{v}}\left[\int \frac{\Delta}{2u}\left\{\frac{1}{m}\frac{\partial}{\partial \vec{v}} - \frac{1}{m'}\frac{\partial}{\partial \vec{v}'}\right\} f(\vec{v}, t) f'(\vec{v}', t)\, d\vec{v}'\right] \tag{19}$$

という形にも書かれる．これは Landau 方程式と呼ばれている．

c) 恒星系の緩和と進化

恒星系の力学的進化を考える上でいくつかの特徴的な時間がある．恒星系の力学平衡はほぼ自由落下の時間で達成されると考えられる．これにたいし，上で見たように2体緩和の時間スケールは力学平衡の達成時間に比べかなり長い．例えば球状星団では力学平衡は 10^6 年程度で達成されるが2体緩和時間は中心部では 10^8 年程度になる．この場合，緩和時間は宇宙年齢より短いので分布関数も平衡になる．緩和時間より長い時間の間にはいくつかの興味ある現象が起こり得る．最も有名なものが重力熱力学的不安定と呼ばれる現象である．これはコアから高速星がハローへ移動するときのエネルギー輸送によっておこるコアの重力収縮である．重力系の比熱が負であるという特徴によって，コアはエネルギーを失うと高温となり，さらにエネルギー輸送とコアの重力収縮が加速されるのである．緩和が進むとともに，次第に r_c は小さく，ρ_c は大きく，r_t/r_c が大きくなっていく．重力熱力学的不安定は中心密度がある限界を超えて大きくなると強く発達し，その結果コアは r^{-2} に比例するようなカスプ状の密度分布をとる．これをコア崩壊と呼んでいる．実際，球状星団では King モデルで記述されるようなコア・ハロー構造を示すものとともにコア崩壊が起こったカスプ構造のものも発見されてある．

これにたいし銀河では力学平衡は 10^8～10^9 年で実現されるが，緩和時間は宇宙年齢よりもはるかに長くなる．このため星の分布関数は初期条件の情報を失わずに，熱平衡分布から大きくずれていることが期待される．ところが，我々の銀河の太陽近傍の分布関数は第3積分の問題を別とすればかなり熱平衡分布に近い．また，楕円銀河の密度分布はなめらかであり，どの楕円銀河もほぼ同じ形の密度分布を示す．このことは分布関数も共通の形をしていることを示唆している．2体衝突による緩和は有効ではないにもかかわらず，熱平衡に近い分布関数が実現されている理由ははっきりと解明されているわけではないが，Lynden-Bell が提案した激しい緩和に類似した過程が働いているものと考えられる．これは，重力崩壊から力学平衡に至る時間の間に重力場の激しいゆらぎが起こり，ゆらぎの減衰という波・粒子相互作用によって平衡に近い分布が実現されるというものである．Lynden-Bell は激しい緩和が完全に起これば，単位質量あたりのエネルギーについて平衡分布が実現されるとしたが，現実の楕円銀河の分布関数はここまで単純ではないので，激しい緩和が完全に起こっているわけではない．一方，2体緩和が完全に進めば，平衡分布関数は粒子あたりのエネルギーについて平衡分布が実現されるはずである．これまでの議論では簡単のため恒星の質量は全て同じとして議論してきたが，実際には恒星の質量は広い範囲にわたっているので，球状星団のように2体緩和時間が宇宙年齢よりも短い場合には，系の力学的進化にたいする星の質量分布の効果も現れてくる．

5.3　渦巻構造の密度波理論

a)　渦巻構造

円盤銀河の多くは2本腕の渦巻構造を示す．具体的な渦巻きの様相は個々の銀河でかなり異なっており，全ての円盤銀河が顕著な渦巻構造を示しているわけではないが，渦巻構造は銀河の構造の中で最も注意を引くものであり，その成因をめぐってこれまで数多くのモデルが提案されてきた．渦巻きが物質分布の非軸対称な構造であるとしてみよう．銀河円盤は中心程速い角速度で回転しているので，渦巻きは時間とともに巻き込み，ついにはリング状になってしまうであろう．このようなことは観測されていないので，渦巻構造を物質分布の非軸対称性で説明することは困難である．この困難を避けるため，渦巻構造を円盤中を伝播する波

として解釈する密度波理論が1964年にLinとShuによって提案された．現在では，この理論が渦巻構造の成因の問題に基本的な解答を与えるものだと考えられている．密度波理論は銀河の力学の問題のうち最も興味深いものの一つであるので，その取扱いの基本を示しておく．本来，星の系の力学は無衝突Boltzmann方程式に従うが，この取り扱いは後に見るようにかなりやっかいであるので，簡単のため最初にガスの系にたいする流体力学の方程式で考えておく．

b) ガス円盤の局所的安定性

円盤銀河を無限に薄いガス円盤で近似して，ガスは $z=0$ の面にのみ分布しているとしよう．ガスの連続方程式と運動方程式は，円筒座標 (ϖ, φ, z) で

$$\frac{\partial \Sigma}{\partial t}+\frac{1}{\varpi}\frac{\partial}{\partial \varpi}(\varpi \Sigma v_{\varpi})+\frac{1}{\varpi}\frac{\partial}{\partial \varphi}(\Sigma v_{\varphi})=0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial v_{\varpi}}{\partial t}+v_{\varpi}\frac{\partial v_{\varpi}}{\partial \varpi}+\frac{v_{\varphi}}{\varpi}\frac{\partial v_{\varpi}}{\partial \varphi}-\frac{{v_{\varphi}}^2}{\varpi}=-\frac{1}{\Sigma}\frac{\partial P}{\partial \varpi}-\frac{\partial \Phi}{\partial \varpi} \tag{2}$$

$$\frac{\partial v_{\varphi}}{\partial t}+v_{\varpi}\frac{\partial v_{\varphi}}{\partial \varpi}+\frac{v_{\varphi}}{\varpi}\frac{\partial v_{\varphi}}{\partial \varphi}+\frac{v_{\varpi} v_{\varphi}}{\varpi}=-\frac{1}{\Sigma \varpi}\frac{\partial P}{\partial \varphi}-\frac{1}{\varpi}\frac{\partial \Phi}{\partial \varphi} \tag{3}$$

と与えられる．ここで，v_{ϖ}, v_{φ} は速度の ϖ および φ 成分, Φ は重力ポテンシャル, Σ は面密度，P は z 方向に積分された圧力を表わす．基礎方程式としてその他にPoisson方程式

$$\frac{1}{\varpi}\frac{\partial}{\partial \varpi}\left(\varpi \frac{\partial \Phi}{\partial \varpi}\right)+\frac{1}{\varpi^2}\frac{\partial^2 \Phi}{\partial \varphi^2}+\frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2}=4\pi G \Sigma \delta(z) \tag{4}$$

が必要である．ここで $\delta(z)$ はDiracのデルタ関数である．

密度波が生じていない非摂動状態では，円盤銀河は定常軸対称の状態にあり，また動径方向の運動はないとしよう．すると非摂動状態の構造は ϖ 方向の力学的つり合いとPoisson方程式から決まる．これに摂動を与えて，どのような波が存在しうるか，また非摂動状態の構造が安定か否かを調べるのがここでの課題である．実はこの問題はそれほど簡単ではない．非摂動状態の構造は，面密度を与えてPoisson方程式から重力ポテンシャルを求め，これから回転速度を決定するというやり方で原理的には求められる．しかし，重力ポテンシャルと面密度との関係は局所的ではなく，$z\neq 0$ にたいしてLaplace方程式を整合的に解くことが必要になるので，実際にはそれほど簡単ではない．非摂動状態は有限非一様な系なので，摂動も境界条件を課した大局的な問題を解かねばならない．これは面密度と

重力ポテンシャルにたいする固有値問題となり，一般的には数値的な取り扱いを必要とする．一様回転円盤の場合には大局的問題も解析的に解けるが，座標系の選択などの数学的準備が大変なので，ここでは局所的な取扱いに限ることにする．局所近似は厳密な意味では正確な取扱いではないが短波長の摂動にたいしては正しい結果を与えるものと期待されるし，実際これから多くの有用な結果や概念が得られている．

非摂動状態での角速度 $\Omega=v_{\varphi 0}/\varpi$，重力ポテンシャル Φ_0，面密度 Σ_0，圧力 P_0 が ϖ の関数として定まっているとしよう．ここで力学的つり合いから

$$\varpi\Omega^2=\frac{d\Phi_0}{d\varpi}+\frac{1}{\Sigma}\frac{\partial P_0}{\partial\varpi} \tag{5}$$

が成立している．これに微小振幅の摂動を与えてこの系の波動モードと安定性を線型の範囲で局所的に調べてみよう．摂動の形を

$$\exp(-\mathrm{i}\omega t+im\varphi+ik\varpi) \tag{6}$$

と仮定する．k は動径方向の波数，m は腕の数であり，位相一定の線を書けばわかるが，$k>0$ の波は trailing，$k<0$ の波は leading の波を表わす．$|k|\varpi\gg m$ として，局所的な解析を行う．連続方程式と運動方程式とからは，

$$-i(\omega-m\Omega)\Sigma_1+ik\Sigma_0 v_{\varpi 1}=0 \tag{7}$$

$$-i(\omega-m\Omega)v_{\varpi 1}-2\Omega v_{\varphi 1}+ikc_s{}^2\frac{\Sigma_1}{\Sigma_0}+ik\Phi_1=0 \tag{8}$$

$$-i(\omega-m\Omega)v_{\varphi 1}+\frac{\kappa^2}{2\Omega}v_{\varpi 1}=0 \tag{9}$$

を得る．ここで，摂動量には添え字1をつけている．また，簡単のため音速を c_s として $P_1=c_s{}^2\Sigma_1$ とした．κ はエピサイクリック振動数と呼ばれ，重力場 $\Phi_0(\omega)$ 中での粒子の動径方向の振動の振動数を与え，

$$\kappa^2=2\Omega\left(2\Omega+\varpi\frac{d\Omega}{d\varpi}\right) \tag{10}$$

で定義される．Poisson 方程式の摂動部分は少しやっかいだが，z 方向に無限小の範囲，$-\epsilon<z<\epsilon$ で積分すると，赤道面対称性から

$$\frac{\partial\Phi_1}{\partial z}(\epsilon)=2\pi G\Sigma_1 \tag{11}$$

が得られる．$|z|>\epsilon$ では，Laplace 方程式が成立するので，短波長近似のもとでは，Φ_1 の z 依存性は $\exp(-|kz|)$ となることがわかる．これから

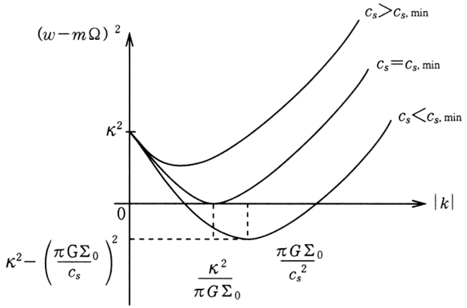


図 5.6 ガス円盤の分散関係の概略図

$$\Phi_1 = -\frac{2\pi G\Sigma_1}{|k|} \tag{12}$$

という局所的関係式が得られる．

式 (7)，(8)，(9)，(12) の 4 つの式から分散関係

$$(\omega - m\Omega)^2 - \varkappa^2 - k^2 c_s{}^2 + 2\pi G|k|\Sigma_0 = 0 \tag{13}$$

が得られる．図 5.6 にこれを図解しておく．音速が有限の大きさをもっていれば，大きな波数 k にたいして ω は実数になるので，これは安定な渦巻構造の形をした音波を表わす．小さな k にたいしてはこのモードは安定なエピサイクリック運動を表わしている．$(\omega - m\Omega)^2$ は $|k| = \pi G\Sigma_0/c_s{}^2$ で極小値 $\varkappa^2 - (\pi G\Sigma_0/c_s)^2$ をとる．したがって，音速が $c_{s,\min} = \pi G\Sigma_0/\varkappa$ より小さくなると，ある範囲の $|k|$ にたいして $\omega - m\Omega$ は虚数となる．すなわち，円盤は重力的に不安定になり，k^{-1} 程度の大きさの破片に分裂してしまう．最も不安定な波数に対応する長さは円盤の厚さ程度に相当している．音速が $\pi G\Sigma_0/\varkappa$ より大きい場合には円盤は局所的には安定である．以下に示すように無衝突 Boltzmann 方程式に基づいて同様な解析を行うと，音速は速度分散に置き換わり，必要な最小値は $3.36\,G\Sigma_0/\varkappa$ となるが，これを Toomre の最小分散と呼ぶ．円盤の局所的安定性を表わすパラメータとして，速度分散と Toomre の最小分散との比を Q と表わすことが多い．また，無衝突系でも密度波と呼ばれる安定な波動が存在することが示される．

c) 密度波理論

恒星系円盤にたいして，上と同様な解析を行ってみよう．やはり，z 方向の運動は無視して，無限に薄い円盤を扱おう．恒星系は分布関数 $f(\varpi, \varphi, v_w, v_\varphi, t)$ で記述され，基礎方程式は無衝突 Boltzmann 方程式

$$\frac{\partial f}{\partial t}+v_\varpi\frac{\partial f}{\partial \varpi}+\frac{v_\varphi}{\varpi}\frac{\partial f}{\partial \varphi}-\left(\frac{\partial \Phi}{\partial \varpi}-\frac{{v_\varphi}^2}{\varpi}\right)\frac{\partial f}{\partial v_\varpi}-\left(\frac{1}{\varpi}\frac{\partial \Phi}{\partial \varphi}+\frac{v_\varpi v_\varphi}{\varpi}\right)\frac{\partial f}{\partial v_\varphi}=0 \tag{14}$$

と Poisson 方程式

$$\frac{1}{\varpi}\frac{\partial}{\partial \varpi}\left(\varpi\frac{\partial \Phi}{\partial \varpi}\right)+\frac{1}{\varpi^2}\frac{\partial^2 \Phi}{\partial \varphi^2}+\frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2}=4\pi G m_* \int dv_\varpi dv_\varphi f\delta(z) \tag{15}$$

である．ここで，m_* は個々の星の質量であり，星は全て同じ質量であるとした．

定常軸対称の非摂動状態は分布関数 $f_0(\omega, v_\varpi, v_\varphi)$ と重力ポテンシャル $\Phi_0(\varpi)$ とで記述され，f_0 は

$$v_\varpi\frac{\partial f_0}{\partial \varpi}-\left(\frac{\partial \Phi_0}{\partial \varpi}-\frac{{v_\varphi}^2}{\varpi}\right)\frac{\partial f_0}{\partial v_\varpi}-\frac{v_\varpi v_\varphi}{\varpi}\frac{\partial f_0}{\partial v_\varphi}=0 \tag{16}$$

を満たす．個々の恒星は軸対称な重力場中で円盤面内を運動しているので，Jeans の定理が適用でき，f_0 はエネルギー

$$E=\frac{1}{2}({v_\varpi}^2+{v_\varphi}^2)+\Phi_0(\varpi) \tag{17}$$

および角運動量

$$J=\varpi v_\varphi \tag{18}$$

のみの関数 $f_0(E, J)$ となる．分布関数と重力ポテンシャルとが整合的に求まれば非摂動状態の円盤の構造が定まることになるが，これはガス円盤の場合にもまして簡単な問題ではない．

そこで，ここでも局所的な取扱いに限ることにして，以下のように考えよう．重力ポテンシャル $\Phi_0(\varpi)$ と平均角速度 $\Omega(\varpi)$ が与えられたとして，これらは

$$\Omega(\varpi)^2\varpi=\frac{d\Phi_0}{d\varpi} \tag{19}$$

を満たしているとする．角運動量 $J=\Omega(\varpi_0){\varpi_0}^2$ をもった恒星の軌道が半径 ϖ_0 の円軌道からわずかにずれているとしよう．角運動量の保存を使うと，恒星の運動方程式は

$$\frac{dv_\varpi}{dt}=-\frac{d\Phi_0}{d\varpi}+\frac{J^2}{\varpi^3} \tag{20}$$

となるが，軌道を $\varpi(t)=\varpi_0+x(t)$ と摂動展開すると，この式は

$$\frac{d^2x}{dt^2}=-\kappa(\varpi_0)^2x \tag{21}$$

となる．すなわち，動径方向の運動はエピサイクリック振動となる．解 $x(t)$ を微分すれば $v_\varpi(t)$ が得られる．φ 方向の速度を

$$v_\varphi=\varpi\Omega(\varpi)+u_\varphi \tag{22}$$

と展開すれば，角運動量の保存から

$$u_\varphi(t)=-\frac{\kappa^2}{2\,\Omega}x(t) \tag{23}$$

が，またこれを積分して $\varphi(t)$ が求められる．

同じ近似の程度で恒星の軌道に沿って，

$$\tilde{E}=\frac{1}{2}\left(v_\varpi{}^2+\frac{u_\varphi{}^2}{\kappa^2/4\,\Omega^2}\right) \tag{24}$$

が保存されることがわかる．したがって局所近似では非摂動の分布関数は速度にたいして $\tilde{E}$ のみの関数 $f_0(\tilde{E})$ となる．これが実際局所近似で無衝突 Boltzmann 方程式を満たしていることは以下のようにして示される．式 (16) では，独立変数を $(\varpi, \varphi, v_\varpi, v_\varphi)$ にとったが，局所近似では独立変数を $(\varpi, \varphi, v_\varpi, u_\varphi)$ にとる必要がある．偏微分の変数変換

$$\left.\frac{\partial}{\partial v_\varphi}\right|_\varpi=\left.\frac{\partial}{\partial u_\varphi}\right|_\varpi \tag{25}$$

$$\left.\frac{\partial}{\partial\varpi}\right|_{v_\varphi}=\left.\frac{\partial}{\partial\varpi}\right|_{u_\varphi}-\frac{\partial(\varpi\Omega)}{\partial\varpi}\left.\frac{\partial}{\partial u_\varphi}\right|_\varpi \tag{26}$$

を行い，u_φ の高次項を無視すると，式 (16) は

$$v_\varpi\frac{\partial f_0}{\partial\varpi}+2\,\Omega u_\varphi\frac{\partial f_0}{\partial v_\varpi}-\frac{\kappa^2}{2\,\Omega}v_\varpi\frac{\partial f_0}{\partial u_\varphi}=0 \tag{27}$$

となる．ここで最初の ϖ 微分の項を無視すると，確かに $f_0(\tilde{E})$ がこの式を満たしていることがわかる．$f_0(\tilde{E})$ としてよく使われるものが Schwarzschild の分布関数

$$f_0=\frac{\Sigma_0}{2\pi u_s{}^2 m_*}\frac{2\,\Omega}{\kappa}\exp\left(-\frac{\tilde{E}}{u_s{}^2}\right) \tag{28}$$

である．u_s は ϖ 方向の速度分散を表わしている．

さてこれだけの準備をした上で，密度波の分散関係を求めよう．局所近似のもとで，Boltzmann 方程式の線型摂動は

$$\frac{df_1}{dt}=\frac{\partial\Phi_1}{\partial\varpi}\frac{\partial f_0}{\partial v_\varpi}+\frac{1}{\varpi}\frac{\partial\Phi_1}{\partial\varphi}\frac{\partial f_0}{\partial u_\varphi} \tag{29}$$

となる．ここで，左辺は，非摂動状態の軌道に沿った時間にたいする全微分

$$\frac{df_1}{dt}=\frac{\partial f_1}{\partial t}+v_\varpi\frac{\partial f_1}{\partial\varpi}+\Omega\frac{\partial f_1}{\partial\varphi}+2\,\Omega u_\varphi\frac{\partial f_1}{\partial v_\varpi}-\frac{\varkappa^2}{2\,\Omega}v_\varpi\frac{\partial f_1}{\partial u_\varphi} \tag{30}$$

である．したがって，これを積分して

$$f_1(\varpi,\varphi,v_\varpi,u_\varphi,t)=\int_{-\infty}^{t}dt'\left(\frac{\partial\Phi_1}{\partial\varpi}\frac{\partial f_0}{\partial v_\varpi}+\frac{1}{\varpi}\frac{\partial\Phi_1}{\partial\varphi}\frac{\partial f_0}{\partial u_\varphi}\right) \tag{31}$$

をえる．右辺の被積分関数の引数は時刻 t' のものであることに注意しよう．したがって，積分を具体的に実行するためには，非摂動状態の星の軌道と分布関数が必要になる．摂動の形を

$$f_1=\tilde{f}(v_\varpi,u_\varphi)\exp(-i\omega t+im\varphi+ik\varpi) \tag{32}$$

$$\Phi_1=\tilde{\Phi}\exp(-i\omega t+im\varphi+ik\varpi) \tag{33}$$

と仮定し，さらに $|k|\varpi\gg m$ とすると，式（31）の右辺第 2 項は無視できて

$$\tilde{f}=ik\tilde{\Phi}\frac{df_0}{d\tilde{E}}\int_{-\infty}^{t}dt'v_\varpi(t')\exp[-i\omega(t'-t)$$
$$+im(\varphi(t')-\varphi(t))+ik(\varpi(t')-\varpi(t))] \tag{34}$$

をえる．被積分関数に現われる軌道や速度は式（21），（22），（23）から

$$\tau=t'-t \tag{35}$$

として

$$\varphi(t')-\varphi(t)=\Omega\tau \tag{36}$$

$$\varpi(t')-\varpi(t)=\frac{2\,\Omega}{\varkappa^2}u_\varphi(t)(1-\cos\varkappa\tau)+\frac{v_\varpi(t)}{\varkappa}\sin\varkappa\tau \tag{37}$$

$$v_\varpi(t')=v_\varpi(t)\cos\varkappa\tau+\frac{2\,\Omega}{\varkappa}u_\varphi(t)\sin\varkappa\tau \tag{38}$$

となることがわかる．これらを代入し，さらに

$$v_\varpi(t)=\sqrt{2\tilde{E}}\cos\alpha \tag{39}$$

$$u_\varphi(t)=\frac{\varkappa}{2\,\Omega}\sqrt{2\tilde{E}}\sin\alpha \tag{40}$$

とおくと

$$\tilde{f}=ik\tilde{\Phi}\sqrt{2\tilde{E}}\frac{df_0}{d\tilde{E}}\exp\left(i\frac{k\sqrt{2\tilde{E}}}{\varkappa}\sin\alpha\right)$$

$$\int_{-\infty}^{0} d\tau \cos(\varkappa\tau-\alpha)\exp\left[-i(\omega-m\Omega)\tau+i\frac{k\sqrt{2\tilde{E}}}{\varkappa}\sin(\varkappa\tau-\alpha)\right] \tag{41}$$

となる．数学公式

$$e^{i\lambda\sin x}=\sum_{n=-\infty}^{\infty}J_n(\lambda)e^{inx} \tag{42}$$

$$\cos x\, e^{i\lambda\sin x}=\sum_{n=-\infty}^{\infty}\frac{n}{\lambda}J_n(\lambda)e^{inx} \tag{43}$$

を使って積分を実行すると，$\lambda=k\sqrt{2\tilde{E}}/\varkappa$ として

$$\tilde{f}=-\varkappa\tilde{\Phi}\frac{df_0}{dE}\sum_{n=-\infty}^{\infty}\frac{nJ_n(\lambda)e^{-in\alpha}}{\omega-m\Omega-n\varkappa}\sum_{l=-\infty}^{\infty}J_l(\lambda)e^{il\alpha} \tag{44}$$

を得る．速度空間で積分して面密度の摂動

$$\Sigma_1=\tilde{\Sigma}\exp(-i\omega t+im\varphi+ik\varpi) \tag{45}$$

を求めると

$$\begin{aligned}\tilde{\Sigma}&=m_*\int dv_\omega du_\varphi\tilde{f}=m_*\int d\alpha d\tilde{E}\frac{\varkappa}{2\Omega}\tilde{f}\\&=-2\pi m_*\tilde{\Phi}\frac{\varkappa^2}{2\Omega}\int d\tilde{E}\frac{df_0}{dE}\sum_{n=-\infty}^{\infty}\frac{nJ_n(\lambda)^2}{\omega-m\Omega-n\varkappa}\end{aligned} \tag{46}$$

となる．

f_0 として Schwarzschild 分布をとり，非負の整数 n にたいする数学公式

$$J_{-n}(x)=(-1)^nJ_n(x) \tag{47}$$

$$\int_0^{\infty}dx x e^{-a^2x^2}J_n(bx)^2=\frac{1}{2a^2}e^{-b^2/2a^2}I_n\left(\frac{b^2}{2a^2}\right) \tag{48}$$

を用いて

$$\tilde{\Sigma}=\Sigma_0\frac{\varkappa^2}{u_s{}^2}\tilde{\Phi}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2n^2e^{-\chi^2}I_n(\chi^2)}{(\omega-m\Omega)^2-n^2\varkappa^2} \tag{49}$$

が得られる．ここで

$$\chi^2=\frac{k^2u_s{}^2}{\varkappa^2} \tag{50}$$

である．これと Poisson 方程式の摂動

$$\tilde{\Phi}=-\frac{2\pi G\tilde{\Sigma}}{|k|} \tag{51}$$

とをあわせて，最終的に分散関係

$$-\frac{|k|u_s{}^2}{2\pi G\Sigma_0}=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2n^2\varkappa^2e^{-\chi^2}I_n(\chi^2)}{(\omega-m\Omega)^2-n^2\varkappa^2} \tag{52}$$

が得られる．

この分散関係はかなり複雑に見え，正確には数値計算を必要とするが，その基本的特徴は次のように理解できるだろう．局所近似の範囲では Ω や $\varkappa$ が一定であるとみなすので，$|k|$ を与えて ω を求めるのが目的となる．右辺は共鳴点 $(\omega-m\Omega)^2-n^2\varkappa^2$ を含むので，共鳴点に低振動数側から近づくときには負の無限大，高振動数側から近づくときには正の無限大に発散する（図 5.7 を参照）．したがって，この分散関係を満たす無限に多くのモードがあることがわかる．しかし，実際に求めようとする波は渦巻構造を記述するものであり，円盤の広い範囲で一定の振動数 ω をもっているようなものである．この場合，波数 k は Ω や $\varkappa$ が半径とともに変化するにつれ変化するものとみなされる．共鳴が起こる半径を見るために $m\Omega(\varpi)\pm n\varkappa(\varpi)$ のふるまいを考えよう．一般に $\Omega(\varpi)$ と $\varkappa(\varpi)$ は ϖ の減少関数となるので，一定の ω にたいし，次数 n の外部共鳴点は次数 $n-1$ の外部共鳴点より外側に存在し，次数 n の内部共鳴点は次数 $n-1$ の内部共鳴点より内側に存在することになる（図 5.8 参照）．共鳴点では波数が発散し，波は伝搬できなくなるので，考えるべき波は一定の振動数 ω にたいして $(\omega-m\Omega)^2<\varkappa^2$ を満たすものであることになる．2 本腕の波，$m=2$ にたいして，$\omega=2\,\Omega(\varpi)-\varkappa(\varpi)$ を満たす半径を内部 Lindblad 共鳴，$\omega=2\,\Omega(\varpi)+\varkappa(\varpi)$ を満たす半径を外部 Lindblad 共鳴

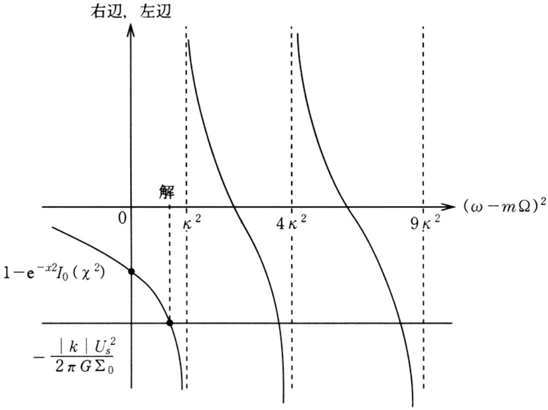


図 5.7　密度波の分散関係の概略図
式 (52) の右辺を $(\omega-m\Omega)^2$ の関数として描いている．

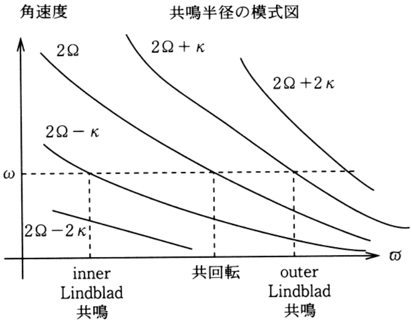


図 5.8　共鳴半径の模式図
$2\,\Omega \pm n\kappa$ は通常 ϖ の減少関数であり，共鳴半径はこれらの曲線と密度波の振動数 ω が一致する点で与えられる．

と呼ぶ．$\omega = 2\,\Omega(\varpi)$ を満たす半径は共回転半径である．このようにして，内部 Lindblad 共鳴と外部 Lindblad 共鳴の間の領域に存在する波を渦巻構造を記述する密度波と見なすのである．

このような波はさらに以下のような多少強引な近似をすると，流体近似で与えられるものと一致することが示される．すなわち，分散関係式（52）の右辺の分母で $(\omega - m\Omega)^2 \ll n^2\chi^2$ と近似し，右辺を

$$-\sum_{n=1}^{\infty} 2\,\mathrm{e}^{-\chi^2} I_n(\chi^2) - 2\,\mathrm{e}^{-\chi^2} I_1(\chi^2) \frac{(\omega - m\Omega)^2}{\chi^2} \tag{53}$$

と近似する．さらに公式

$$\sum_{n=1}^{\infty} 2\,\mathrm{e}^{-\chi^2} I_n(\chi^2) = 1 - \mathrm{e}^{-\chi^2} I_0(\chi^2) \tag{54}$$

を使い，$\chi^2 \ll 1$ とすると，右辺は

$$-\frac{\chi^2}{1 - ((\omega - m\Omega)^2/\chi^2) + \dfrac{3}{4\chi^2}} \tag{55}$$

と書ける．これを(52)の左辺と等しいとして変形すれば，ガス円盤の分散式(13)で $c_s{}^2$ を $3u_s{}^2/4$ で置き換えた式が得られる．要するに分散式(52)は個々の粒子の軌道運動の効果を取り入れた回転円盤の波動と不安定性を記述するものである．

分散関係（52）で $(\omega - m\Omega)^2$ が負になる解が存在すれば，それは円盤が重力的に不安定であることを意味する．安定・不安定の境界では $\omega - m\Omega = 0$ となる．こ

のときの波数は

$$-\frac{|k|u_s^2}{2\pi G\Sigma_0}=-\sum_{n=1}^{\infty}2\,\mathrm{e}^{-\chi^2}I_n(\chi^2)=\mathrm{e}^{-\chi^2}I_0(\chi^2)-1 \tag{56}$$

を満たしている．これを変形すると

$$\mathrm{e}^{-\chi^2}I_0(\chi^2)+\frac{u_s\varkappa}{2\pi G\Sigma_0}\chi=1 \tag{57}$$

となるが，χ を変化させたときに左辺の最小値が 1 を超えていればこの方程式は解をもたない．すなわち，全ての波数にたいし分散関係の解は $(\omega-m\Omega)^2>0$ を満たしていることになり，円盤は安定となる．この条件は数値的には

$$\frac{u_s\varkappa}{2\pi G\Sigma_0}>\sqrt{0.2857} \tag{58}$$

となる．前に述べたように $u_{s,\min}=3.36\,G\Sigma_0/\varkappa$ を Toomre の最小分散と呼ぶ．観測される恒星の速度分散はほぼこの最小分散程度である．

以上のように密度波理論は渦巻構造を与える波の存在を示した点で一応の成功を収めたといえる．しかし，上の取扱いは局所的なものであって重力の遠距離力的性質が十分反映されていない．分散関係式での m や k の依存性からもわかるように腕の数 m はどのようなものでもよいし，k の正負もどちらかどちらであってもよい．

その結果，渦巻構造がなぜ 2 本腕であるか，渦巻きの形が trailing であるか leading であるか，波の振動数が何によって決定されるのかなどの疑問が残る．また，波の群速度での伝播を考えると波は減衰することも示されている．これに対抗する波の励起機構もはっきりとはしていない．このようなことを研究するために，大局的解析や N 体数値シミュレーションが行われたが，その結果によると，円盤銀河は非軸対称な棒状のモードにたいし著しく不安定であり，力学的なタイムスケールで円盤がふくれあがることが示された．しかし，現実に観測される銀河は薄い円盤が安定に存在しているように見える．この矛盾を解決するためには，円盤の数倍の質量の球状のハローが存在していればよいことが示されている．すなわち，円盤の大局的安定性の点からも暗黒物質の存在が支持されているのである．

5.4　銀河の化学進化

銀河は多数の恒星と星間ガスとからなる自己重力系であり，宇宙における物質分布の基本的な構成単位である．銀河は膨張宇宙における微少な密度ゆらぎの成長によって，赤方偏移 $z=3\sim10$ の時期に形成されたと考えられている．銀河の形成時には銀河は水素とヘリウムとからなる原始組成のガスであり，ここから恒星の形成，進化をつうじて現在観測されているような姿に変化してゆく．これを銀河の進化という．この節ではおもに，恒星の進化によって重元素がつくられ化学組成が変化する化学進化について述べる．化学進化の計算は，同時に銀河を構成する星がどのように変化するかという問題にも答えを与えることになる．その結果，銀河の放射スペクトルの進化が同時に得られることになるのである．スペクトル進化の研究は z の大きい，すなわち昔の時期の銀河の観測にもとづく宇宙論的な研究にとって本質的なもので，近年多くの研究がなされている．ここでは紙数の関係もあり，化学進化の問題に限ることにする．化学進化の問題に関連した原子核年代学などによる銀河の年齢の推定については次節に述べる．

a)　対比すべき観測事実

我々の銀河ではガスの質量は全質量の 10% 程度，重元素量(ガス中の重元素の重量比) は 2% 程度である．ここで全質量とはガスと恒星の質量の和であって，銀河ハローの暗黒物質は含まないものとしておく．原始組成のガスから出発してこれを再現するモデルを考えよう．このようなモデルは 1960 年代に星の進化と元素の起源の理論が大筋で確立されるとともに，1970 年頃から Tinsley などにより多くの研究がなされてきた．さらに近傍の系外銀河や銀河集団への応用も進められてきた．1990 年代に入って赤方偏移の大きな遠方の銀河や銀河間ガスの観測が進むにつれ，それらへの応用もなされている．これらは過去の銀河の状態を表わすものと考えられ，時間の関数としての銀河の進化の姿を観測的に与えているものとみなされる．

化学進化の理論が再現すべき現在の銀河の観測事実としては以下のようなものがある．まず我々の銀河については太陽近傍の個々の星の表面の元素組成がある．星の表面の化学組成は星の誕生時の化学組成をほぼそのまま反映していることに

注意しておこう．また円盤部に属する星では星の生まれた場所と現在の場所とは動径座標でみればほぼ同じであると考えてよいであろう．運動学的にみて円盤成分に属する星については，G 型星など寿命の長い星の重元素量の分布関数が最も基本的な観測量である．重元素量が太陽の 30% 以下の星がほとんど存在しないという観測事実は G 型矮星問題と呼ばれており，これを説明することはこれまでの銀河の化学進化のモデルの中心的課題であった．もし星の年齢がわかるならば，円盤の重元素量の進化が時間の関数として与えられることになる．星の年齢の推定は，主系列星といえども年齢によって HR 図上の位置やスペクトルがわずかに変化することを使って行われるが，十分な精度はない．寿命が長い星の数は過去の星生成の積分量を表している．また，星の進化の結果形成された白色矮星，中性子星，ブラックホールの数なども過去の星形成史を反映する．運動学的にハローに属するとされる少数の星の重元素量は球状星団の星と同様に，小さな重元素量を示し，これらの星が古い時代に生成されたことを示している．また星間ガスの元素組成も電離領域の輝線スペクトル，明るい星の星間ガスによる吸収線などから調べられる．星間ガス中では重元素の約半分はダスト（固体微粒子）として存在している．

多くの系外銀河では個々の星を観測することが困難であり，系全体のスペクトルからその重元素量を推定することになる．どのような星がどれだけ含まれていれば観測されるスペクトルを再現できるかという問題が種族合成の問題である．これを化学進化と整合的に行うものを進化種族合成と呼び，近年盛んに研究されている．近傍の銀河で重要な観測量として星間ガスの量，大質量星の生成率および超新星の爆発率がある．特に超新星爆発率は鉄や酸素など重元素の生成率の観測的指標となるものである．銀河集団には大量の高温ガスが含まれており，鉄などの重元素量が決められる．この鉄の起源は楕円銀河の進化や Ia 型超新星の生起率に強い制限をおよぼす．赤方偏移の大きな銀河は過去の銀河に対する情報をもたらす．赤方偏移の大きなところでのガスの状態はクェーサー吸収線を使ってなされる．クェーサー吸収線は多数の銀河間雲が存在していることを示しているがそれらは銀河と無関係ではない．多くのものは形成期の銀河に付随した広がったガス雲であると考えられるが，太陽の 1% から 10% 程度の重元素を含んでいることが知られている．これらは銀河の初期進化にたいして大きな情報を与えるものである．銀河の進化の理論はこれらの観測事実を説明しなければならない．

b) 最も単純なモデル

最初に，銀河の化学進化を記述する最も単純なモデルについて述べよう．その要点はつぎのようなものである．まず銀河を一様で一定の質量 M_0 を持った閉じた系とする．ガスの質量を M_g，星の総質量を M_s と記す．単位時間あたりの星の生成率，SFR，を $S(t)$ であらわす．t は銀河形成時からはかった時間である．生まれる星の質量スペクトルを初期質量関数，IMF，と呼び，$F(m)$ で表わす．$F(m)\,dm$ は単位時間に生まれる，質量が m と $m+dm$ の間にある星の総質量である．従って対応する星の数は $F(m)\,dm/m$ となる．質量が m の星の進化の径路とその終末は星の進化の理論からきまっているので，SFR と IMF とを決めれば銀河の化学進化がきまることになる．すなわち，ガスと星との質量比，重元素量，質量と光度との比，各種の星の構成比，銀河の放射スペクトルなどが時間 t の関数として求められる．そして銀河の年齢 t_G だけたったときの姿が現在の銀河になるわけである．原理的には単純であるが，SFR や IMF は素過程としてよくわかっているわけではないので，パラメータ化，モデル化をして調べていく．

まず IMF は時間的に不変であると仮定する．星の質量の上限と下限は例えば $m_u=100\,M_\odot$，$m_l=0.1\,M_\odot$ と取っておく．更に簡単のため $F(m)$ はべき型であり，べき指数は Salpeter によって採用された -1.35 であると仮定することもしばしば行われる．最近ではより詳しい観測にもとづいたモデルもあるが，べきモデルは簡単で定性的特徴をよく表わしていると考えられる．星の内部で生成された重元素は超新星爆発によって星間空間に放出される．超新星爆発はおもに約 8 $M_\odot$ 以上の重い星が担うが，このような重い星の進化の時間は銀河の年齢に比べて短いので，重い星はできた瞬間に重元素を銀河内の空間に放出すると近似してよい．星がガスを放出する率を $L(t)$ とすると，この瞬間リサイクル近似では L は星形成率 S に比例することになる．比例係数を β とおくと，基礎方程式は

$$\frac{dM_s}{dt}=-\frac{dM_g}{dt}=S(t)-L(t)=(1-\beta)S(t) \qquad (1)$$

となる．当然，ガスと星の質量の和は保存し

$$M_g+M_s=M_0 \qquad (2)$$

となる．

ガスの重元素量を Z として，ガス中の重元素の質量，M_gZ の変化率を調べよう．星の内部で新たに生産された重元素の放出率は星の形成率に比例するので，

その割合（イールド）を y とすると，求める変化率は

$$\frac{dM_gZ}{dt}=-S(t)Z+L(t)Z+yS(t)=[y-(1-\beta)Z]S(t) \tag{3}$$

と表される．

上の二つの式から時間を消去すると

$$\frac{dM_gZ}{dM_g}=Z-\frac{y}{1-\beta}=Z-y_* \tag{4}$$

となる．$y_*\equiv y/(1-\beta)$ は有効生産量と呼ばれる．この式は

$$\frac{dZ}{d\ln M_g}=-y_* \tag{5}$$

となるので，初期条件を $t=0$ で $M_g=M_0$，$Z=0$ として積分すると，

$$Z=y_*\ln\frac{M_0}{M_g} \tag{6}$$

をえる．

この式からわかるようにガスの割合と重元素量とは一対一の関係で結ばれている．ガスの量が減り，星ができるとそれだけ重元素量が増えることになっている．この傾向はガス分量の異なる近傍の不規則銀河の観測とほぼあっている．また現在の値として $M_g(t_G)/M_0=0.1$，$Z(t_G)=0.02$ とすると $y_*=0.0087$ となるがこれは生まれた星の総質量のうち $0.87(1-\beta)$% が新たに重元素として星間空間に戻されることを意味している．$\beta\sim0.4$ とすると 0.5% 程度となる．IMF として上の仮定をとった時 $8M_\odot$ 以上の星は質量で 14% を占めるので，重い星の質量の約 4% が重元素に転化して放出されればよいことになる．これは星の進化の理論の結果とくらべ数倍程度小さい．

一方，星の総質量 $M_s=M_0-M_g$ は重元素量をつかって

$$M_s=M_0\left[1-\exp\left(-\frac{Z}{y_*}\right)\right] \tag{7}$$

と書ける．この質量は本質的に寿命の長い星のものであり，また，重元素量が時間的に単調に増大するとすると，表面の重元素量が Z よりも低い星の総質量 M_s $(<Z)$ を表すことになる．現在の星の総質量にたいする割合は

$$\frac{M_s(<Z)}{M_s(t_G)}=\frac{1-\exp\left(-\frac{Z}{y_*}\right)}{1-\exp\left(-\frac{Z(t_G)}{y_*}\right)}=\frac{1}{1-f}[1-f^{Z/Z(t_G)}] \tag{8}$$

となる．ここで $f \equiv M_g(t_G)/M_0$ は現在の銀河でのガスの分量である．観測的には $f=0.1$ 程度なので，太陽の重元素量の半分以下の星の割合は 76%，1/3 以下は 60 %，10% 以下でも 23% あることになる．しかし観測的には 1/3 以下の星はほとんどなく，このモデルは観測と矛盾している．この問題が G 型矮星問題と呼ばれるものである．この矛盾は，ここで考えた単純なモデルでは重元素量の少ないうちに星をたくさん作ってしまうことに起因している．この問題の解決のために多くのモデルが提唱されているが，その中で最も有力なものが降積モデルである．

c) 降積モデル

G 型矮星問題を避けるためには，星の大部分がある程度重元素量が大きくなってからできるものとすればよい．降積モデルでは銀河円盤はハローからの始源組成ガスの降積によりゆっくりと成長すると考える．この項を $A(t)$ とすると，基礎方程式は

$$\frac{dM_s}{dt}=S(t)-L(t)=(1-\beta)S(t) \tag{9}$$

$$\frac{dM_g}{dt}=-(1-\beta)S(t)+A(t) \tag{10}$$

となり，全質量は時間とともに増加する．重元素量の時間変化の式は前と同じなので，単純なモデルのように時間を消去することはできない．ここでは，物理的な根拠にはやや乏しいが，解析的に取り扱え，降積モデルの定性的特徴を持ったモデルとして降積率が星形成率に等しく，円盤のガス質量が一定であるような場合を考えてみよう．

$$A(t)=(1-\beta)S(t) \tag{11}$$

と仮定すると

$$\frac{dM_gZ}{dt}=M_g\frac{dZ}{dt}=(1-\beta)(y_*-Z)S(t) \tag{12}$$

より，

$$M_g\frac{dZ}{dM_s}=y_*-Z \tag{13}$$

を得るので，これを積分して

$$Z=y_*\left[1-\exp\left(-\frac{M_s}{M_g}\right)\right] \tag{14}$$

をえる．これから

$$\frac{M_{\rm s}(<Z)}{M_{\rm s}(t_{\rm G})}=-\frac{M_{\rm g}}{M_{\rm s}(t_{\rm G})}\ln\left[1-\frac{Z}{y_*}\right] \tag{15}$$

となる．この場合，現在の重元素量を再現するためには $y_*=0.02$ が必要となるが，星の進化の理論とはより整合的な値になっている．太陽の半分以下，1/3 以下，10% 以下の重元素量をもつ星の割合はそれぞれ 7.7%，4.5%，1.2% となり，観測と矛盾しなくなる．図 5.9 に現実的な降積モデルでの予言値を示しておく．

降積は G 型矮星問題のみから要請されるわけではない．もう一つの問題として星間物質中の重水素量の問題にふれておこう．宇宙初期に合成された重水素量は水素との比で表すとおよそ 4.5×10^{-5} 程度と考えられる．一方，太陽系生成時には 2×10^{-5} 程度，現在では 1.6×10^{-5} 程度である．重水素は星の内部に入ったあと比較的低い温度で核反応を起こし ^{3}He に転化するので質量放出が起こった時にはなくなってしまう．もし降積がないものとすると，現在の星間ガスの大部分は一旦星の内部にはいった後放出されたものからなっており，重水素はほとんどなくなってしまうものと考えられる．それにもかかわらず，かなりの量の重水素が存在していることは降積が起こっていて常に原始組成のガスが供給されていることによるものと考えられる．また，系外の円盤銀河については星の生成率は宇宙年齢よりも数倍短い時間でガスがなくなってしまう程度の大きさであることが知られている．それにもかかわらず，かなりの量のガスが存在していることは，星か

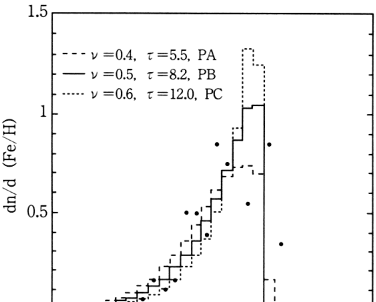


図 5.9　いくつかの降積モデルに基づく星の重元素量分布の予言値（三原と高原による：*Publ. Astron. Soc. Japan*, vol. 48, 1996）．

らの質量放出だけではなく，原始ガスの降積が重要な役割を果たしているものと思われる．

d）進んだモデルへの道

b）と c）で述べたモデルは銀河の化学進化の骨格を定性的に理解するためのものであり，実際にはそこで無視されていた多くの重要な問題を取り扱わねばならない．単純なモデルでは SFR と時間のスケールは直接には現われず，単にガス分量を通じて間接的に現れたのであった．星の年齢と重元素量との関係などの問題を取り扱うためには，もちろん具体的な SFR とガスの降積率を採用しなければならない．SFR はガスの状態に複雑に依存していると考えられるので，現在のところガス密度に比例するといった単純な仮定がよく用いられる．モデルに現れた重要なパラメータは質量放出率 β と重元素生産率 y であった．これらは星の物理学と IMF とから決まるものであるが，上ではこれらを担う星の寿命は 0 であるという瞬間リサイクル近似を用いた．実際には，星の質量放出は超新星爆発以外に中程度の質量の星が赤色巨星以降に進化した段階で最も盛んであり，これはもっと長いタイムスケールで起こる．したがって，星の寿命が有限であることを考慮しなければならない．重元素の放出は連星系中の白色矮星への降積によって起こる Ia 型超新星によっても生じる．これらの質量放出では星の質量によって放出される各元素の割合も異なるので，重元素量の総和だけでなく各元素毎にその進化を調べることも重要である．

これらのことは，銀河の化学進化を支配する基礎方程式の中で星からの質量放出と重元素生成の部分を

$$L(t)=\int_{m(t)}^{m_{\rm u}}(m-m_{\rm rem})S(t-\tau(m))F(m)\frac{dm}{m} \tag{16}$$

$$L_i(t)=\int_{m(t)}^{m_{\rm u}}[(m-m_{\rm rem}-mp)X_i(t-\tau(m))+mp_i]S(t-\tau(m))F(m)\frac{dm}{m} \tag{17}$$

とすることにより考慮される．ここで，$\tau(m)$ は質量 m の星の寿命，$m(t)$ は寿命が t であるような星の質量，$m_{\rm rem}$ は進化の結果残される白色矮星，中性子星，ブラックホールの質量である．X_i は星間物質中の元素 i の組成比である．重元素放出率は各元素 i ごとに考え，核融合反応によって組成の変化が起こり，かつ外部に

放出された部分の星の質量 m にたいする割合を p_i としている．$p=\sum p_i$ である．もし，ある元素が星の中で壊されて放出される場合は p_i は負となる．こう定義すると $\sum X_i=1$ なので，$L=\sum L_i$ となっている．上の表式は単独星のみを考えているので，さらに連星系の効果を取り入れなければならない．連星系の最も重要な効果はIa 型超新星により鉄を生産することである．II 型の超新星がおもに α 元素を短い時間で生み出すのにたいし，Ia 型は中質量星が寄与するので，鉄の生産はより長い時間をかけて生じることになる．ハローの古い星で α 元素と鉄の組成比が太陽に比べ大きいことはこの寿命の違いに起因しているのである．

単純なモデルでは銀河を一様だとして仮定した．すなわち，星から放出されたガスはすぐに系内で混合し一様な組成となると仮定している．実際にはこれは近似にすぎず，さまざまな非一様性を考える必要がある．我々の銀河は円盤部，バルジおよびハロー部分からなりその化学的性質は非常に異なっているし，円盤部でも中心からの距離とともに重元素量は変化している．上で取り扱ったモデルは太陽近傍に限ったものであり，銀河全体を考えるときには各構成部分の進化とその相互関係を考察する必要がある．また最近では，我々の銀河以外の化学進化の問題も定量的な研究が可能になってきた．現在の渦巻銀河はガスを 10% 程度含んでいるが楕円銀河はほとんどガスを含んでいない．これは SFR の違いによって楕円銀河では最初の 1 Gyr（1 Gyr$=10^9$ 年）程度の間に星の形成が完了し，残っていたガスを銀河の外に放出してしまったことによると考えられているが，何が SFR の大きさを決めているのかはよくわかっていない．また楕円銀河を多く含む銀河集団には鉄を多量に含む高温の銀河間ガスが存在している．この鉄の起源は銀河集団を構成する銀河から放出されたものである．更に，近傍の銀河だけでなく，赤方偏移の大きな遠方の若い銀河やクェーサー吸収線系にも重元素が観測されるようになってきた．これらを総合して宇宙の化学進化の姿が明らかになりつつあるのである．

5.5 原子核年代学と銀河の年齢

銀河の年齢にたいする情報を得ることは銀河の進化の理解のためだけでなく，それが宇宙年齢の下限を与えるという点で非常に重要な課題である．銀河の年齢は放射性同位体や星の年代を測定することにより行われる．以下でそのいくつか

の例を見てみよう．

a）ウラン・トリウム法

星の進化にともなって合成される元素のうち，特に放射性元素に着目すると元素の年齢や銀河の年齢の推定が可能になる．この手法は原子核年代学と呼ばれ，地球上の岩石や隕石の年代測定でなじみの深いものである．使う元素にはU-Th，Rb-Sr，Re-Osなどがあるが，ここでは典型的な例としてU-Thを使った方法を述べよう．^{235}U，^{238}U，^{232}Thの平均寿命 τ_i はそれぞれ1.015，6.45，20.2 Gyrであり，崩壊の結果，最後にはそれぞれ ^{207}Pb，^{206}Pb，^{208}Pbになる．これらの元素はr過程で合成され，その生成比は原子核物理学とr過程の起こる星の内部環境によって支配される．それらの生成比 P_i と観測される組成比 N_i とを使って以下のような解析を行う．r過程の理論によると生成比には10％程度の不定性があるが，$P_{235}:P_{238}:P_{232}=1.25:1:1.6$ 程度である．一方観測量は岩石や隕石中の存在比であり，これらは太陽系の形成時から現在までこれらの元素が自由崩壊していることを考慮すると太陽系形成時（4.6 Gyr前）には $N_{235}:N_{238}:N_{232}=0.317:1:2.32$ となっている．

r過程は重い星が超新星爆発を起こすときに起こると考えられるので，これらの元素の生成量については瞬間リサイクル近似が成立し，星の生成率 $S(t)$ に比例することになる．したがって，星間ガス中の存在量 N_i の時間変化は，比例係数を B として

$$\frac{dN_i}{dt}=BP_iS(t)-(1-\beta)S(t)\frac{N_i}{M_g}-\frac{N_i}{\tau_i} \tag{1}$$

となる．便宜のため

$$\nu(t)=\int_0^t(1-\beta)\frac{S(t')}{M_g(t')}dt'=\int_0^t\omega(t')\,dt' \tag{2}$$

と定義する．$t=0$ には $N_i=0$ であったとすると

$$N_i(t_s)=BP_i e^{-t_s/\tau_i-\nu(t_s)}\int_0^{t_s}S(t)e^{t/\tau_i+\nu(t)}dt \tag{3}$$

をえる．ここで t_s は銀河形成から太陽系形成までの時間である．この式は N_i/P_i の相対比を銀河形成から太陽系形成時までの星形成史およびガス分量の関数として表わしたものになっている．銀河円盤は閉じた系ではなくガスの降積も起こっているので，関数 $\nu(t)$，$S(t)$ は化学進化のモデルに依存している．

ここでは，簡単のため星形成率はガス質量に比例すると仮定し，ω=const. としよう．ガス質量の変化は

$$\frac{dM_g}{dt}=-(1-\beta)S(t)+A(t)=-\omega M_g(t)+A(t) \tag{4}$$

と与えられるので，ガス質量と星形成率は

$$M_g(t)=M_g(0)\exp\left[-\omega t+\int_0^t\frac{A(t')}{M_g(t')}dt'\right] \tag{5}$$

$$S(t)=S(0)\exp\left[-\omega t+\int_0^t\frac{A(t')}{M_g(t')}dt'\right] \tag{6}$$

となる．すると

$$N_i(t_s)=BS(0)P_i e^{-t_s/\tau_i-}\omega ts\int_0^{t_s}\exp\left[\frac{t}{\tau_i}+\int_0^t\frac{A(t')}{M_g(t')}dt'\right]dt \tag{7}$$

となる．元素 i と元素 j との相対比を考えると，星形成史の効果は A/M_g をつうじて現れることになる．更に簡単化してこれを一定（$=1/\tau_R$）と見なすと

$$\frac{N_i}{N_j}=\frac{P_i}{P_j}\frac{\tau_i}{\tau_j}\frac{\tau_j+\tau_R}{\tau_i+\tau_R}\frac{e^{t_s/\tau_R}-e^{-t_s/\tau_i}}{e^{t_s/\tau_R}-e^{-t_s/\tau_j}} \tag{8}$$

となる．元素の組合せとして 2 つあるので，原理的には τ_R と t_s が求められる．実際には採用した r 過程の生成比によっては解がないこともあるなど，これらの量の推定にはかなりの不定性がある．ただし，不定性の多くは寿命の長い ^{232}Th によるので，^{235}U からは τ_R にはあまりよらずに t_s=6～10 Gyr 程度の値が推定されている．これに太陽系の年齢 4.6 Gyr を加えて銀河の年齢は 11～15 Gyr 程度となる．

上の例は解析的な例を示すために，あまりに限定しすぎたモデルになっているが，数値的な研究の結果も本質的には同様な結果を示している．他の同位体をつかった評価もこれ以上に不定性があり，より正確な評価はかなり困難である．

b）星の表面のトリウム量

古い星の表面の放射性元素の存在量に崩壊の影響が観測されれば銀河の年齢の推定を行うことができる．1987 年に Butcher は様々な年齢の G 型矮星表面の ^{232}Th量を安定な元素 ^{142}Nd の量と比較して，その比がほとんど一定で ^{232}Th の崩壊の影響がみられないことから銀河の年齢はやはり 10 Gyr 程度以下であると論じた（図 5.10 参照）．安定な元素については a)の各式では $\tau_j=\infty$ とすればよい．

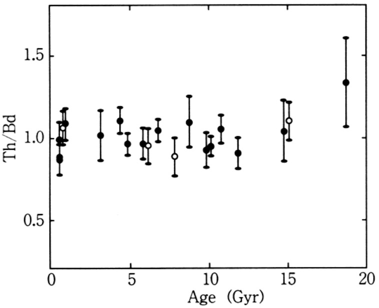


図 5.10　星の年齢と表面の Th/Nd 比の関係の観測
この比がほとんで一定であることは年齢がここで使われている値よりも 2 倍程度小さいことを意味する．ただし，Nd の約半分は s 過程で生成されるため，この結論は現在ではそれほど強いものとは考えられていない（H. R. Butcher : *Nature*, vol. 328, 1987）.

簡単のため，式 (8) を使うが，対象とする時刻が太陽系の形成時に限らず，観測された星の生まれた時刻である点が異なっている．また，時刻 t に生まれた星の表面の Th は現在まで自由崩壊していることを考慮しなければならない．したがって現在の時刻 ($t=t_G$) に観測される，時刻 t に生まれた星の ^{232}Th と ^{142}Nd の比は

$$\frac{N_{Th}}{N_{Nd}}(t)=\frac{P_{Th}}{P_{Nd}}\frac{\tau_{Th}}{\tau_{Th}+\tau_R}e^{-t_G/\tau_{Th}}\frac{e^{t/\tau_R+t/\tau_{Th}}-1}{e^{t/\tau_R}-1} \tag{9}$$

となる．この比は一般に時間の増加関数であり，年齢の若い星ほど ^{232}Th と ^{142}Nd の比は大きくなるはずである．Butcher によればこの比は星の年齢によらずほとんど一定である．これが正しいとすると実は星の年齢の推定の方法にどこか問題があって実際の年齢はもっと若く，すべて 10 Gyr 以下であると考えなければならないことになる．その後，この方法にはいくつかの問題があり，それほど強い結論はえられないと見なされている．観測的な問題もあるが，理論的な一つの理由として ^{142}Nd の約半分は s 過程で合成されるため，その生成の歴史が ^{232}Th と異なることがある．そのため代わりに r 過程で合成される Eu を使うことが提案されているが，現在のところ確定的な結論はでていない．

重元素量の少ないハローの星のトリウム量も銀河の年齢にたいして制限を与えることができる．CS 22892-052 という星の観測では 16 個の安定な r 過程元素の組成比が太陽のものと一致しているが，Th 量は約半分であることが発見されている (図 5.11)．これは上の場合と逆に Th の崩壊が見えていることを意味しており，この星の年齢が 17±4 Gyr とかなり長いことを示している．このように放射性

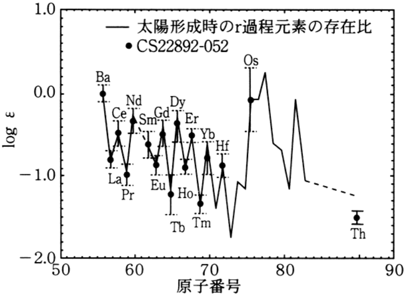


図 5.11　ハローの星 CS 22892-052 の表面で観測された r 過程元素の存在比
曲線は太陽での存在比を太陽の Th を基準にして描いたものである. このハロー星の Th 量が少なくなっていることがわかる (J. J. Cowan et al: *Astrophysical Journal*, vol. 480, 1997).

同位体をつかった年齢の推定は原理的には可能であるが，その不定性はまだかなり大きいのが現状である.

c)　白色矮星の光度関数

銀河の年齢は他のいくつかの方法を使っても推定できる. 銀河の進化の結果として大質量の星はブラックホールや中性子星を残し，中質量の星は白色矮星を残す. 星の寿命が銀河の年齢よりも長いような小質量の星は主系列に留まったままである. このことを使っても銀河の年齢などを推定できる. 球状星団は重元素量が少なく，またその空間分布もほぼ球状にひろがっており，銀河の進化の初期にできた天体であると考えられる. その HR 図から主系列に留まっている星の最大質量を決めると，その星の年齢が球状星団の年齢に等しいので年齢が決まる. この年齢は星形成時のヘリウム量，重元素量などに依存するが，多くの研究では 12-17 Gyr という年齢が推定されている. このように不定性が大きい一つの理由は球状星団までの距離を必要な精度で求めるのが困難であるからである. 低質量星の主系列に留まる年齢をたとえば 10% の精度で求めるためには，質量は 4%，光度は 14%，距離は 7% の精度で求める必要がある. 星の表面温度も一定の指標にはなるが，重元素量や星間吸収の影響，表面温度と色との関係の不定性などの問題があり，10% 以下の精度で年齢を決定するのにはやはり困難が伴う. また，天文学の観測にはよくあることだが，このような年齢の測定にも統計誤差よりははるかに系統誤差の方が大きいようである.

進化の残骸として残ったブラックホール，中性子星，白色矮星は銀河の質量のかなりの部分を占める. なかでも白色矮星は高温で生まれ，次第に冷えながら光

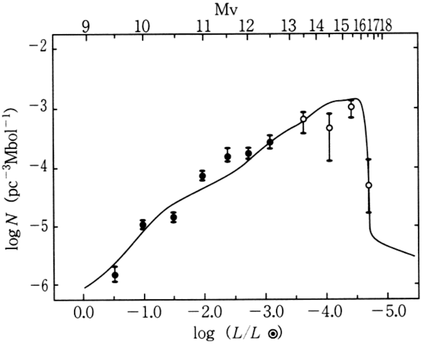


図 5.12 白色矮星の光度関数の観測
(D. E. Winget et al : *Astrophysical Journal*, vol. 315, 1987).

度も下がっていく．従って最も低温で低光度の白色矮星の年齢が銀河の円盤の年齢を表すことになる．1987年にWinget達は太陽近傍の白色矮星の光度関数を調べて，$10^{-4.5}L_{\odot}$で切れることを発見し，白色矮星の理論的な冷却率と比較して銀河円盤の年齢として9.3±2.0Gyrを得た(図5.12参照)．白色矮星の系統的探査はその後も続けられているが，このようなカットの存在は確かなようである．一方，白色矮星の冷却の理論には炭素と酸素の相分離によるエネルギー解放の問題があり，もしこのような相分離が起こるならば，エネルギー解放により表面温度の低下が妨げられる可能性も指摘されている．

これらの観測事実を総合すると我々の銀河の円盤部（正確には太陽近傍）の年齢は10～15Gyr程度だと考えられる．銀河の形成はハローまたはバルジから始まると考えられているが，そこから円盤部の星形成までにはおそらく1～3Gyr程度の時間が経過しているであろう．したがって銀河の年齢にも2倍程度の不定性がある．銀河進化史の解明や宇宙年齢への制限のためにはより正確な決定が必要であるが，これは現代天文学の大きな課題の一つとなっている．

5.6 星間物質

銀河は恒星と星間物質からなる系であり，星間ガスと星は星の形成と星からの質量放出を通じて物質やエネルギーの交換を行っている．星間ガスの熱的状態に

は宇宙線と呼ばれる非熱的な高エネルギー粒子の存在が大きな役割を果たしている．星間物質はガス以外にダストと呼ばれる固体微粒子を含むとともに，星間空間には磁場が存在している．また，ガスの状態も低温の水素分子を主成分とした状態から，水素原子を主成分とした状態，高温の電離水素を主成分とした状態まで，さまざまの状態をとっている．したがって，星間物質の観測的研究は電波天文学，赤外線天文学，X 線天文学など広範にわたっており，また分子科学から電磁流体力学，宇宙線物理学までさまざまな分野の研究対象となっている．

a）　星間ガスの重力不安定

星の形成は星間ガス中の密度のゆらぎが成長して重力的に束縛した天体をつくることであるといってもよい．したがって，星の形成を論じるためには星間ガスの重力不安定を調べる必要がある．星をつくるような小さなスケールでは，銀河回転の影響などは無視できると考えて，最初に一様媒質の重力不安定性を調べておこう．基礎方程式は連続方程式，運動方程式，Poisson 方程式の 3 つであり．それぞれ

$$\frac{\partial\rho}{\partial t}+\mathrm{div}(\rho\vec{v})=0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial\vec{v}}{\partial t}+\vec{v}\,\mathrm{grad}\,\vec{v}=-\frac{1}{\rho}\mathrm{grad}\,p-\mathrm{grad}\,\Phi \tag{2}$$

$$\varDelta\Phi=4\pi G\rho \tag{3}$$

と書かれる．

非摂動状態は一様な密度 ρ_0 と圧力 p_0 であり，静止（$\vec{v}=0$）しているものとしよう．一様であるから $\Phi=0$ ととろう．実はこの状態は Poisson 方程式を満たさないので，上の方程式の解ではない．ポテンシャルではなく力で考えれば無限一様な媒質での力は 0 になるので，考えている状態は許されるものと考えておこう．これは Newton 力学で無限媒質を考察する際に現れる病的な性質であるがここでは深入りしないでおく．

これに微小振幅の摂動を与えてこの系の波動モードと安定性を線型の範囲で局所的に調べてみよう．一様媒質にたいしては平面波が完全系となるので，x 方向の平面波

$$\exp(-i\omega t+ikx) \tag{4}$$

のみを調べればよい．摂動量には添え字1をつけることにすると，基礎方程式はそれぞれ

$$-i\omega\rho_1+ik\rho_0v_1=0 \quad (5)$$

$$-i\omega v_1+ikc_s{}^2\frac{\rho_1}{\rho_0}+ik\Phi_1=0 \quad (6)$$

$$-k^2\Phi_1=4\pi G\rho_1 \quad (7)$$

を得る．ここで，摂動は断熱的として音速を c_s として $p_1=c_s{}^2\rho_1$ とした．

これらの3つの式から分散関係

$$\omega^2-k^2c_s{}^2+4\pi G\rho_0=0 \quad (8)$$

が得られる．音速が有限の大きさをもっていれば，大きな波数 k にたいして ω は実数になるので，これは安定な音波を表わす．小さな k にたいしては ω^2 は負になるので ω は純虚数であり，成長モードと減衰モードの二つが存在し，成長モードが重力不安定を表わしている．安定不安定の境界の波数 k_J は Jeans 波数と呼ばれ

$$k_J=\sqrt{\frac{4\pi G\rho_0}{c_s{}^2}} \quad (9)$$

となる．Jeans 波長は

$$\lambda_J=\frac{2\pi}{k_J}=\sqrt{\frac{\pi c_s{}^2}{G\rho_0}}=6.86\times10^{20}\frac{c_s}{1\,\mathrm{km\,s^{-1}}}\sqrt{\frac{10^{-24}\,\mathrm{g\,cm^{-3}}}{\rho_0}} \quad (10)$$

となる．Jeans 質量は Jeans 波長の半分の長さを半径とする球の中に含まれる質量 M_J で，

$$M_J=\frac{\pi}{6}\rho_0\lambda_J{}^3=\frac{\pi^{5/2}}{6}\frac{c_s{}^3}{\sqrt{G^3\rho_0}}=8.45\times10^4\left(\frac{c_s}{1\,\mathrm{km\,s^{-1}}}\right)^3\sqrt{\frac{10^{-24}\,\mathrm{g\,cm^{-3}}}{\rho_0}}M_\odot \quad (11)$$

となる．

Jeans 波長や Jeans 質量より大きなゆらぎは重力的に成長して星をつくることができる．この機構を Jeans 不安定と呼ぶが，上で見たように Jeans 波長や Jeans 質量は平均的な星間物質にたいしてはかなり大きな値となる．そのため，星間ガスから直接 Jeans 不安定で形成されうる天体は分子雲スケールの天体であり，個々の星は分子雲の中に存在する小さなスケールのゆらぎが密度が高くなってから成長してできるものと考えられる．ただし，分子雲が直接星間ガスの Jeans 不安定で形成されるかどうかには疑問がある．100 pc を超えるようなスケールでは一様ガスという近似は成立せず，円盤の厚さや銀河回転による安定化の効果を無

視できないからである．b）で述べるように実際の星間物質の状態は Jeans 波長以下のスケールでも著しく非一様であり，分子雲はより小さな星間雲の合体で成長したり，渦状腕や銀河磁場の不安定性と関係して生成されるものと考えられている．

上で Jeans 不安定を議論したときには，圧力としては熱的なものを考えた．実際の星間ガス中では磁場や乱流の効果を無視することはできない．乱流運動は 10 $\mathrm{km\,s^{-1}}$ 程度の大きさがあるので，Jeans 質量を大きくするが，同時に密度のゆらぎをつくる原因ともなる．また，乱流運動は減衰も大きいので，いったん重力収縮が始まれば，重力的に生成された乱流運動は重力収縮を遅くする効果はあるが，それほど星の生成の妨げにはならない．我々の銀河の磁場は $3\,\mu\mathrm{G}$ 程度であり，密度を $10^{-24}\,\mathrm{g\,cm^{-3}}$ とすると Alfven 速度は $8.5\,\mathrm{km\,s^{-1}}$ となる．磁場の散逸はかなりゆっくりしているので，磁場の存在は星間ガスの力学には大きな影響を及ぼす．磁場は方向性をもっているので，分子雲の重力崩壊は磁場に平行方向には早く進むが，磁場の垂直方向にはゆっくりとしか進まないという特徴を示す．磁場の散逸がないとすると，磁場のエネルギーと重力エネルギーの比は一定値を保って収縮することになる．分子雲が重力収縮を開始するときにはこの比は 1 程度だが，観測されている星の磁場は重力エネルギーにたいし非常に小さい．すなわち，星の形成の過程で磁場の散逸が起こっていることになる．この散逸は，おそらく分子雲中の中性粒子と荷電粒子との相対運動によって起こるものと考えられている．

b） 星間ガスの熱的状態

a）では星間ガスは一様であるものと見なして，その重力不安定を議論した．実際の星間ガスは密度分布が非一様であるだけではなく，温度も非一様で非常に多様な形態をとっている．このような星間ガスの状態はどのような原理で決まっているのだろうか，我々の銀河を例にとって考察しよう．星間ガスの総量は恒星に比べ少ないので，ガスは恒星や暗黒物質のつくる重力場中に分布するものと見なされる．ガスの持っている比角運動量は恒星と同程度なので，ガスも円盤面に分布する．動径方向の面密度の分布は初期条件や星形成史などで決まるものと考えられる．円盤面に垂直方向の分布は高温の成分にたいしてはガスの温度で決まる．低温の成分は星間雲という構造をとっており，星間雲の乱流運動の方が熱速度よ

り大きいので，垂直方向の分布は乱流速度で決まることになる．星間雲の質量はJeans質量よりも数桁小さいのでその生成機構はJeans不安定ではない．そこで，星間雲がなぜできるか，乱流速度を決めるものは何か等々の問題が提起される．この問題を考えるためには，星間ガスのエネルギー収支を考察する必要がある．

星間ガスの冷却過程はほとんどが輻射で支配されている．熱的な衝突によって原子が励起され，脱励起が輻射の放出でおこるというのが基本的な過程である．地上の実験室に比べ，非常な低密度であるため衝突脱励起にくらべ，輻射脱励起が圧倒的に優勢になっているのである．また，ほとんどの場合，星間ガスは光学的に薄いので輻射はそのまま冷却となるのである．輻射冷却率は各種の原子とイオンのエネルギー準位の構造で決まっているので，化学組成，温度，密度にたいして強い依存性を持っている．例えば水素原子のみからなっているガスでは温度が10^4K以下になると，輻射冷却率は非常に小さくなる．これは水素原子の第一励起状態のエネルギー準位が10.2eVにあるため，低温度では励起が起こらないためである．温度が10^4K以上になると電離が進み始め，再結合の際に放出される線放射や連続放射の寄与が大きくなる．温度が更に高くなると，ほとんど完全に電離されたプラズマ中での制動放射が卓越してくる．実際には，10^4K以下の温度での冷却は低励起の準位を持つ金属イオンの寄与が大きい．いずれにせよ，単位体積あたりの輻射冷却率はガスの密度の平方に比例するので，水素原子の数密度をnとして，冷却率を$\Lambda=n^2F(T)$と書いておく．更に低温になるとダストとの衝突での冷却が最も重要になるし，密度が非常に大きい場合には分子の関与もある．また，密度が大きく低温で分子が主成分となっている分子雲では光学的に薄いという近似が成立しなくなるので，冷却は更に複雑になる．

一方，星間ガスの加熱機構としては宇宙線によるものと，マクロな運動エネルギーの散逸が主たるものであると考えられている．銀河宇宙線は銀河内にほぼ一様に分布しているものと考えられ，原子と衝突して電離を起こすとともに，加熱源となる．この過程には比較的低エネルギーの宇宙線の寄与が大きい．マクロな運動エネルギーは，最初超新星爆発や恒星風の形態で星から局所的に注入された運動エネルギーが衝撃波を通じて最終的に星間ガスの加熱に寄与するものである．星間雲の乱流運動の起源もおそらくこの寄与が大きいものと考えられている．もう一つの加熱源として銀河磁場の散逸も考えられる．また，密度の高い領域では星の光による金属イオンの電離も加熱に寄与する．これらの加熱率を定量的に

決めることはかなり困難であるが，いずれにせよ，銀河全体で $10^{39\sim40}\,\mathrm{erg\,s^{-1}}$ 程度の加熱率がある．星の光の寄与以外は，単位体積あたりの加熱率はガスの密度に比例すると見なせるので，$\Gamma=nG$ と書いておく．

加熱と冷却との釣り合いでガスの温度や電離状態が決まるので，温度は $\Lambda=\Gamma$ から n の関数として求められることになる．$F(T)$ のふるまいは原子のエネルギー準位の構造を反映して，異なった過程が卓越するいくつかの温度領域に分けられる．その結果，密度が低い（$n<\sim0.3\,\mathrm{cm^{-3}}$）ときには，温度がおよそ $10^4\,\mathrm{K}$ 以上の電離水素を主成分とした状態をとり，密度が高い（$n>\sim3\,\mathrm{cm^{-3}}$）ときには，温度が 30～100 K の中性水素原子を主成分とした状態をとることがわかる．中間的な密度にたいしては温度は急激に変化する（図 5.13 参照）．

現実にガスのとりえる温度としては，安定性の問題を考えなければならない．考えている状況ではガスの自己重力の効果は小さいので，力学的には安定であり，一定の圧力のもとにあるものとしよう．このときの平衡状態の微小摂動にたいする熱的な安定性を調べてみよう．密度 n_0 にたいする平衡解を T_0 とし，$n=n_0+\delta n$，$T=T_0+\delta T$ の摂動を $T_0\delta n+n_0\delta T=0$ を満たすように加える．簡単のため，電離に伴う粒子数の変化を無視した．$\delta T>0$ の摂動状態で $\Lambda>\Gamma$ なら安定であり，逆ならば不安定である．$G=\mathrm{const.}$ とすると $dF/dT>F/T$ なら熱的に安定であり，逆ならば不安定であることがわかる．

これを直感的に理解するために図 5.14 のように，n にたいする p のグラフを書いてみよう．ガスの状態は，圧力がある値より小さいときには高温状態，圧力が別のある値より大きいときには低温状態をとり，それぞれ一意的に決まる．中間的な圧力にたいしては，低温状態，高温状態，中間状態の 3 つの状態が存在して

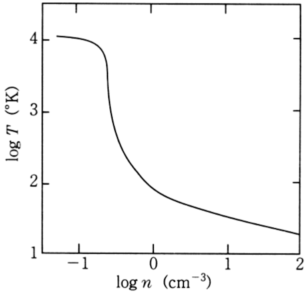


図 5.13　星間ガスの熱的状態
温度と数密度の関係を示している（G. B. Field et al : *Astrophysical Journal*, vol. 155, 1969）.

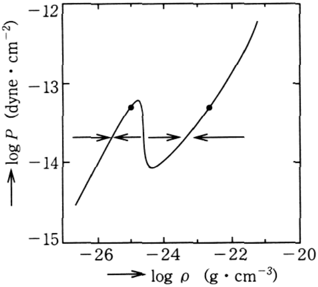


図 5.14 星間ガスの熱的状態
圧力と密度との関係を示している．曲線の上側では冷却が加熱より大きく，下側ではその逆になっている．矢印は平衡状態に摂動を与えたときの，圧力一定の条件下での変化の方向を示す．

いる．図 5.13 や 5.14 の平衡曲線よりも上側では冷却が卓越しており，下側では加熱が卓越している．圧力一定の微小変化は図 5.14 で平衡曲線から少し左右にずれた点に系をおくことに相当する．このとき加熱と冷却の差が系を元に戻すように働くならばこの状態は安定であり，ずれを大きくするように働くならばこの状態は不安定である．図 5.14 にこれらの変化の方向を示している．例えば，低温状態の平衡状態からわずかに低温高密度の状態にずらせば，加熱が冷却より大きくなって圧力一定の条件の下では高温低密度側に動いてもとの平衡曲線上の状態に戻るので低温状態は安定なのである．同様に高温状態も安定であるが，中間状態は熱的に不安定であることがわかる．

したがって，圧力が中間的な場合には安定な状態が 2 つあり，低温高密度の状態が星間雲，高温低密度の状態が拡がった星間（雲間）ガスに対応している．このような状況は圧力が $10^{-14\sim-13}$ dyn cm^{-2} の時に実現されるが，この値は実際に太陽近傍の星間物質で観測的に推測されているものと一致している．このことから星間雲の起源は熱不安定性によるものと考えられている．

上の考察では，星間ガスは高温状態の雲間ガスと低温の星間雲からなる二相状態をとることになる．実際に観測されている星間ガスの状態は，これ以外により高温低密度のコロナ状態と低温高密度の分子雲を含んでおり，更に複雑である．コロナ状態は密度 10^{-3} cm^{-3}，温度 $10^{6\sim7.5}$ K 程度の状態で冷却時間も長く，必ずしも力学的な平衡状態にはないと考えられる．おそらく，いくつかの超新星残骸が重なって半径が 100 pc にも及ぶ泡構造をつくっているもので銀河ハローにも流出している可能性もある．この状態は体積的には星間空間の 90% 近くを占めるが質量としてはわずかの部分にすぎない．他方，分子雲は密度が 10^3 cm^{-3} を超え温

度は 30 K 以下となっている．体積的にはわずかだが，質量でみると星間ガスの半分程度がこの状態にあるとされている．分子雲の質量や密度は一定ではなく連続的に分布している．質量の大きい分子雲は平衡状態にはなく，自己重力によって重力収縮しているものと考えられる．重力収縮は最終的には星の形成に至ると考えられるので，ここで，星間物質と原始星との関連が具体的につけられることになる．

◆問　題

1．無衝突 Boltzmann 方程式を速度空間で積分すると連続方程式

$$\frac{\partial n}{\partial t}+\frac{\partial n\vec{V}}{\partial \vec{x}}=0 \tag{1}$$

が得られることを示せ．ここで数密度 n と平均速度 $\vec{V}$ は

$$n=\int d\vec{v}f \tag{2}$$

$$\vec{V}=\frac{1}{n}\int d\vec{v}f\vec{v} \tag{3}$$

で定義される．

2．無衝突 Boltzmann 方程式に速度 $\vec{v}$ を掛けて速度空間で積分し，問題 1 の結果を使うと，運動方程式

$$\frac{\partial \vec{V}}{\partial t}+\vec{V}\frac{\partial \vec{V}}{\partial \vec{x}}+\frac{1}{n}\frac{\partial \overleftrightarrow{P}}{\partial \vec{x}}+\frac{\partial \Phi}{\partial \vec{x}}=0 \tag{4}$$

が得られることを示せ．ここで速度分散テンソル $\overleftrightarrow{P}$ は

$$\overleftrightarrow{P}=\int d\vec{v}f(\vec{v}-\vec{V})(\vec{v}-\vec{V}) \tag{5}$$

で定義される．

3．5.2 節の式 (11)，(13) を確かめよ．

4．問題 2 で得られた運動方程式は力学平衡にある球対称の系の場合には

$$\overline{v_r{}^2}\left[\frac{d\ln n}{d\ln r}+\frac{d\ln \overline{v_r{}^2}}{d\ln r}+\left(2-\frac{\overline{v_t{}^2}}{\overline{v_r{}^2}}\right)\right]=-\frac{GM(r)}{r} \tag{6}$$

となることを示せ．

5. 問題 4 で求めた式は，速度分散が等方かつ一定ならば，5.1 節の等温ガスの力学平衡の式（1）と同じ形になる．恒星系と高温ガスからなる系を考えると，この場合には

$$\frac{d\ln\rho_{\rm gas}}{d\ln\rho_{\rm star}}=\frac{\mu m_{\rm H}\overline{v_r{}^2}}{kT_{\rm gas}} \tag{7}$$

の関係が成立することを示せ．

6. 無限平板の，平板に垂直方向の力学平衡を考える．等温の場合を考え，一次元速度分散を σ^2 とし，中心密度 $\rho(0)=\rho_{\rm c}$ を与えて，密度分布 $\rho(z)$ を求めたい．力学平衡は

$$\frac{\sigma^2}{\rho}\frac{d\rho}{dz}+\frac{d\Phi}{dz}=0 \tag{8}$$

Poisson 方程式は

$$\frac{d^2\Phi}{dz^2}=4\pi G\rho \tag{9}$$

となる．独立変数を z から

$$\Sigma(z)=\int_0^z\rho(z)\,dz \tag{10}$$

に変換すると初等的に解ける．解が

$$\Sigma(z)=\sqrt{\frac{\sigma^2\rho_{\rm c}}{2\pi G}}\tanh\left(\sqrt{\frac{2\pi G}{\sigma^2\rho_{\rm c}}}\,\rho_{\rm c}z\right) \tag{11}$$

$$\rho(z)=\rho_{\rm c}{\rm sech}^2\left(\sqrt{\frac{2\pi G}{\sigma^2\rho_{\rm c}}}\,\rho_{\rm c}z\right) \tag{12}$$

となることを示せ．これから全面密度 Σ_0，中心密度，速度分散の間に

$$2\sigma^2\rho_{\rm c}=\pi G\Sigma_0^2 \tag{13}$$

の関係があること，平板の典型的な厚さが $\sigma/\sqrt{2\pi G\rho_{\rm c}}=\sigma^2/(\pi G\Sigma_0)$ となることがわかる．この関係を使って太陽近傍での星の z 方向の分布の形と速度分散から円盤の密度や面密度が推定できる．もし，観測される星の密度がこの推定値よりも小さければ円盤部にも暗黒物質が存在していることになる．

7. ガス円盤にたいする分散関係，5.3 節の式（13）を導け．

8. 円盤の回転則が与えられたときにエピサイクリック振動数を半径 ϖ の関数として求めよ．

i）質量 M の質点のまわりのテスト粒子の Kepler 運動．$\Omega=\sqrt{GM/\varpi^3}$

ii）一様回転の場合．$\Omega=$const.

iii）回転速度が一定の場合．$\Omega=v/\varpi$

9. 一定の回転速度 250 km/s の銀河円盤の半径 $\varpi=10$ kpc での回転角速度とエピサイ

クリック振動数を計算せよ．密度波の振動数が 30 km/s/kpc のとき，2 本腕の波のパターンは 15 km/s/kpc で回転していることになる．物質の波にたいする相対速度を求めよ．また，内部 Lindblad 共鳴，外部 Lindblad 共鳴および共回転半径を求めよ．

10．5.4 節の式 (3) は厳密にいえば $Z \ll 1$ の時にのみ正しい．厳密には星の重元素放出量は $\beta SZ + yS$ ではなく，$(\beta - y)SZ + yS$ としなければならない．第 1 項は星が生まれたときに持っていた重元素が変化を受けずに放出される寄与を表わすからである．このとき式 (6) は $Z = 1 - \left(\frac{M_g}{M_0}\right)^{y_*}$ となることを示せ．

参考図書

本書の教科書としての性格上，参考文献はあげないが，宇宙物理学を総合的に学ぶ上で，参考となる教科書をいくつかあげておこう．総合的な和書としては，

1)　宇宙物理学　佐藤文隆，原　哲也（朝倉書店，朝倉現代物理学講座 13）1983.

2)　宇宙物理　佐藤文隆（岩波書店，岩波講座現代の物理学 11）1995.

3)　宇宙物理学　林忠四郎，早川幸男編（岩波書店，現代物理学の基礎第 2 版 11）1978.

などがある．1）は本書と同程度のレベルの，よい教科書であるが絶版になっている．2）と 3）は本書よりもレベルが高い．2）は豊富な話題を本質を抉るようにかつ軽快に叙述しており一読の価値がある．3）は星の物理を中心にした信頼度の高いものであるが，やはり絶版になっている．その他，本書と相補的なものとして，

4)　天体物理学基礎理論　加藤正二（ごとう書房）1989.

5)　宇宙流体力学　坂下志郎，池内　了（培風館，新物理学シリーズ 30）1996.

がある．また，特徴ある教科書や通俗的でない解説書として，

6)　宇宙電波天文学　赤羽賢司，海部宣男，田原博人（共立出版）1988.

7)　恒星と銀河　小平桂一（産業図書）1982.

8)　現代の宇宙論　早川幸男，佐藤文隆，松本敏雄編（名古屋大学出版会）1988.

9)　高エネルギー宇宙物理学　桜井邦朋編（朝倉書店）1990.

などがあり，現在でも一読の価値はある．天文学全般を取り扱ったものは，やや古いが，

10)　天文学第 2 版　萩原雄祐（岩波書店，岩波全書）1977.

11)　現代天文学講座　全 15 巻（恒星社）1980 年前後.

がある．11）は太陽系から宇宙論まで天文学のほとんど全ての分野をカバーしており，興味を持った事項の概略の知識を集めるのに役立つが，通読するにはあまりにも分量が多すぎるし，特に観測については古くなった事項も多い．その他入

門的な教科書もいくつかあるが，本書から出発してさらに勉強しようとする読者に紹介は不要であろう．

和書については以上のような状況なので，本書からさらに進んで勉強しようとする読者にはむしろ英語で書かれたよい教科書が勧められる．たいていの場合，英語の教科書は和書に比べて分厚いが，記述ははるかに丁寧で順を追って読めるようになっている．例えば，

12) Astrophysical Concepts, M. O. Harwit (Springer) 1988.

13) Physics of Astrophysics I, II, F. H. Shu (University Science Books) 1991, 1992.

14) Radiative Processes in Astrophysics, G. B. Rybicki and A. P. Lightman (John Wiley and Sons) 1979.

などがあり，13) や 14) は宇宙物理学に必要な物理的素過程の教科書として定評がある．分野毎に一冊あげるとすると，星の構造と進化については，

15) Stellar Structure and Evolution, R. Kippenhahn and A. Weigert (Springer) 1990.

中性子星については，

16) Black Holes, White Dwarfs and Neutron Stars, S. L. Shapiro and S. A. Teukolsky (John Wiley and Sons) 1983.

恒星系力学については，

17) Galactic Dynamics, J. Binney and S. Tremaine (Princeton University Press) 1987.

星間物質については，

18) Physical Processes in the Interstellar Medium, Lyman Spitzer, Jr. (John Wiley and Sons) 1978.

があげられる．いずれもそれぞれのテーマを専攻しようとする世界中の大学院生の必読書となっている．その他にもよい教科書はたくさんある．

自然科学では共通のことであるが，最新の研究結果は国際会議で発表されるとともに，専門分野の雑誌論文として発表される．このような研究論文や総合報告，国際会議の会議録などは全てが英語で書かれている．この点から考えても，本格的な宇宙物理学に取り組もうとする読者は，早いうちから教科書も含め英語の文献に親しんでおくことが勧められる．

索　　引

ア　行

カ　行

サ　行

タ 行

ナ 行

ハ 行

マ　行

ヤ　行

ラ　行

ワ　行

著者略歴

高原文郎（たかはら ふみお）

1949年　大分県に生まれる
1977年　京都大学大学院理学研究科博士課程修了
現　在　大阪大学大学院理学研究科宇宙地球科学専攻教授
　　　　理学博士

宇宙物理学　　定価はカバーに表示

1999年6月10日　初版第1刷
2000年9月20日　　　第2刷

著　者　高　原　文　郎
発行者　朝　倉　邦　造
発行所　株式会社　朝　倉　書　店
東京都新宿区新小川町6-29
郵便番号 162-8707
電　話 03(3260)0141
FAX 03(3260)0180
http:// www.asakura.co.jp

〈検印省略〉

© 1999〈無断複写・転載を禁ず〉

中央印刷・渡辺製本

ISBN 4-254-13076-7 C 3042　　Printed in Japan

R〈日本複写権センター委託出版物・特別扱い〉
本書の無断複写は，著作権法上での例外を除き，禁じられています．
本書は，日本複写権センターへの特別委託出版物です．本書を複写
される場合は，そのつど日本複写権センター（電話03-3401-2382）
を通して当社の許諾を得てください．

元京大 宮本正太郎著

宇宙科学入門

15004-0 C3040　A５判 172頁 本体2200円

宇宙科学の権威である著者が豊富な写真・図で最新の知見を織りこんで興味深く解説。〔内容〕宇宙ロケット／月世界／両隣りの惑星／惑星としての地球／惑星めぐり／ハーレー彗星／流星と隕石／太陽系の創成

R.キッペンハーン著　東大 祖父江義明訳

宇宙とその起源

―銀河からビッグバンへ―

15014-8 C3044　A５判 320頁 本体3900円

銀河から，最も巨大な天体である宇宙とその起源について平易に解説。〔内容〕天の川銀河系の構造／島宇宙論争／宇宙は膨張している／フラットランドのビッグバン／星雲／電波で見る宇宙／謎のクェーサー／インテリジェントな宇宙／他

宇宙科学研 清水幹夫編

惑星の科学

16026-7 C3044　A５判 240頁 本体3900円

ボイジャーの二度にわたる探査で飛躍的に豊富になった太陽系に関するデータをもとに，現在第一線で活躍する若い世代の研究者が書き下した最新の惑星科学のテキスト。〔内容〕大気／気象／地表と内部構造／隕石／起源，の五項目に分け概説

神奈川大 桜井邦朋・宇宙科学研 清水幹夫編

彗星 ―その本性と起源―

15009-1 C3044　A５判 264頁 本体5800円

ハレー彗星は彗星の研究に多くの成果をもたらした。この成果を十分に取込み，新しい彗星像を提示。〔内容〕ハレー彗星がやってきた／ハレー彗星の本体／軌道運動／彗星物質／塵／光学観測／起源／プラズマテイルの擾乱／歴史の中の彗星／他

小田　稔・西村　純・桜井邦朋編

宇宙線物理学

15006-7 C3044　B５判 304頁 本体15000円

宇宙物理学・素粒子物理学と密接に関連する研究領域の現状および将来への展望を概観した日本で初めての書。〔内容〕歴史的展望／研究分野／電磁的素過程／銀河系宇宙線／電波天文学／高エネルギー宇宙物理／大気中の宇宙線／太陽フレア／他

神奈川大 桜井邦朋編

高エネルギー宇宙物理学

―宇宙の高エネルギー現象を探る―

15011-3 C3044　A５判 224頁 本体5800円

超新星やパルサー，ブラックホールなどの高エネルギー現象を第一線の研究者が執筆。〔内容〕高エネルギー宇宙物理学の研究領域／宇宙の高エネルギー現象と非熱的電波／X線天文学／γ線天文学／赤外線でみた銀河系の新構造／他

J.A.エディ著　神奈川大 桜井邦朋訳

新しい太陽 ―科学衛星写真―

15007-5 C3044　A４変判 176頁 本体18000円

地上観測では知りえなかった太陽の新しい発見など，人工衛星搭載の望遠鏡が観測した成果をカラー写真と解説で綴る。〔内容〕太陽望遠鏡／紫外線でみた太陽／太陽の極／太陽のX線／コロナの穴／紅炎／コロナ外層部／光点／フレア／他

阪大 長島順清著

朝倉物理学大系６

高エネルギー物理学の発展

13676-5 C3342　A５判 376頁 本体6500円

実験物理学者が懇切丁寧に書き下ろした本格的教科書。本巻は高エネルギー物理学最前線を扱う。〔内容〕小林-益川行列／ヒッグス／ニュートリノ／大統一と超対称性／アクシオン／モノポール／宇宙論

堀源一郎・日江井栄二郎・若生康二郎編

天文の辞典

15010-5 C3044　A５判 276頁 本体5800円

天文学に関する科学的研究により蓄積されてきた知識を簡明かつ正確に，しかも相互の関連を意識しながら解説した五十音順配列による辞典。天文学用語をはじめ，星座，人名，星表，星図，天文台・研究機関，書物など約2300項目を収録。見出し語には英語名を併記し，巻末の英語索引とあわせて英語天文用語集としても利用できるよう工夫。惑星表，宇宙旅行・人工飛翔体年表も付した。天文学研究者だけでなく，広く天文愛好家，一般の人たちにも役立つ座右の辞典

上記価格（税別）は 2000 年 8 月現在